

板材成形のCAEシステムへの適用を目的とした成形 限界の予測に関する研究

著者	吉田 亨
学位授与機関	Tohoku University
URL	http://hdl.handle.net/10097/54034

博士學位論文

論文題目 板材成形のCAEシステムへの
適用を目的とした成形限界の
予測に関する研究

提出者 東北大学大学院情報科学研究科
情報基礎科学 専攻

学籍番号 6ds14

氏名 吉田 亨

指 導 教 官	伊 藤 耿 一 教 授
審 査 委 員 (○印は主査)	○伊 藤 耿 一 教 授 1 猪 岡 光 教 授 2 教 授 3 加 藤 正 名 教 授 4 教 授 5 池 田 圭 介 教 授 6 教 授

①

板材成形のCAEシステムへの適用を目的とし
た成形限界の予測に関する研究

吉田 亨

1997年

目次

1	序論	4
1.1	プレス成形の現状と問題点	4
1.2	本研究の目的と概要	7
2	板材の成形限界の予測法に関する展望と成形性評価システムの提案	9
2.1	板材の成形限界予測の現状と問題点	9
2.2	破断限界ひずみの予測理論	12
2.2.1	拡散くびれ	13
2.2.2	Hillの局所くびれ理論 ⁵⁾	15
2.2.3	M-K理論 ⁶⁾	16
2.2.4	S-R理論 ⁷⁾	17
2.3	成形性評価システムの提案	21
2.4	3次元板成形問題への適用	23
2.4.1	解析に用いた有限要素法の内容	23
2.4.2	解析方法	23
2.4.3	解析結果	25
2.4.4	考察	29
2.5	結 言	33
3	板材の成形性評価のための構成式	58

3.1	緒 言	58
3.2	降伏条件式	60
3.2.1	Mises の等方性降伏条件	60
3.2.2	Hill の 2 次異方性降伏条件	61
3.2.3	その他の異方性降伏関数	62
3.3	従来の構成式の成形性評価に対する問題点	65
3.3.1	Prandtl-Reuss の方程式	65
3.3.2	Hencky の方程式	66
3.3.3	Christoffersen-Hutchinson の方程式 ¹⁴⁾	67
3.3.4	後藤の方程式 ¹⁵⁾¹⁶⁾	68
3.4	応力増分依存性を考慮した構成式	69
3.4.1	構成式の形式	69
3.4.2	材料パラメータ	71
3.5	順方向 n_N の決定と新たな異方性構成式	72
3.6	破断限界ひずみ予測理論適用のための構成式の形式	76
3.7	結 言	79
4	分岐解析による板材の破断限界の理論的予測	85
4.1	緒 言	85
4.2	破断限界基準式及び解析方法	87
4.3	解析結果と考察	91
4.3.1	基本パラメータの影響	91
4.3.2	異方性パラメータの影響	94
4.4	結 言	98
5	応力増分依存性を考慮した構成式を用いた有限要素法解析	117

5.1	緒 言	117
5.2	新たな構成式の定式化と有限要素法への導入	119
5.3	新たな構成式を用いたFEM解析結果	125
5.4	結 言	128
6	提案した成形評価システムによる異方性板材の成形限界予測	135
6.1	緒 言	135
6.2	面内異方性の影響	137
6.2.1	解析方法	137
6.2.2	解析結果	138
6.3	垂直異方性の影響	139
6.3.1	解析方法	139
6.3.2	解析結果	139
6.3.3	考察	142
6.4	結 言	144
7	結論	159

第 1 章 序論

1.1 プレス成形の現状と問題点

板材の成形加工技術では、自動車や家電などの部品の生産に古くから用いられているプレス成形が代表的な加工法である。プレス成形過程では材料が金型に押し込まれることで塑性ひずみが付与され、部品の加工がなされる。プレス成形は加工時間が短く、生産性に非常に優れている。自動車車体の部品加工に使用される材料は板厚が1mm以下の薄板が主に用いられ、それ故、加工中の破断という問題が昔からつきまとっている。薄板の製造供給側では、使用者側での加工性の要求特性を満足させるため、破断を起こしにくい薄板を製造することを命題とし、今日まで成形性に優れた薄板の開発を行ってきた。長年の開発により材料の成形性は確実に向上してきたが、使用者側での生産性の面から、加工性の要求度合も同様に高まってきたため、依然として破断の問題は残されている。自動車車体などの大物部品の生産現場ではリードタイムを重視した連続的な生産が行われているが、一度破断が発生すると、連続的に不良が生じることも多く、生産性を著しく損なうことになる。また、破断が発生した場合、それを回避するための対策手法をとらねばならないが、成形性に及ぼす影響因子が多いために、的確な対策案を提示することが難しい。主たる対策法としては、成形条件変更、材料変更、金型形状及び部品形状変更などが挙げられる。

成形条件変更では、プレス時における金型内への材料流入を制御するために金型周囲に設けられたビードの高さを調整したり、潤滑などの摩擦抵抗を変更すること

で全体のひずみ分布を変化させる。材料変更では、使用される材料の成形性グレードを変えることで成形性に関連する材料パラメータを変え、材料が受け得る限界のひずみ量を変える。形状変更では、まず部品形状に影響しない部分の金型形状の変更を考え、さらには、製品形状自体の変更により、加工に必要なひずみ量を変える。現場的にはこの中から対策をとらねばならないが、それぞれの要因の影響を定量化する手法がなく、また形状によりその影響度合が全く異なるので、現状ではトライアンドエラーによる対応を余儀なくされている。プレス不良の問題点は、生産性を損なうだけでなく、金型修正工程や作業の増大、素材費増大、設計変更による工期遅延など、マイナス面が非常に大きい。そのため、型形状や成形条件の最適化や使用材料の適正化を設計段階から行い、成形時の不良を解消することが重要な課題である。

このように様々な因子が複雑に影響し合うプレス成形において、その変形様式を整理し、各種成形様式のモデル試験を行い、その成形性に及ぼす材料特性や成形条件を系統的に評価・整理する研究が従来から行われてきた。しかしながら、実際のプレスでは、各部位で変形様式が入り交じった成形となるため、それらのモデル試験との相関で定量的な判断を行うことは難しい。また、実際の型形状に応じたモデル型を用いてその都度実験を行うこともできるが、工期や金型費用の増大から現実的でなく、実成形における破断限界の予測が定量化されずに現在に至っている。一方、Hillの塑性不安定理論など変形限界に関する理論的な検討もなされているが、実験と理論の乖離や限界値のみの予測では実用的な問題への対応不可などの問題点があった。

近年、自動車会社をはじめとする製造会社ではコンピュータの支援により設計から生産までを効率的に行うCAD/CAM/CAE化が広まっており、一層のコスト低減や工期短縮が要求されている。プレス成形に関しても、有限要素法(Finite Element Method;FEM)を用いたCAE化が指向されているが、全体的なひずみ分布の予測に用いられているのみであり、いつ破断が起こるかの判断はできない。基本的にFEM

は連続体力学を背景とした数値シミュレーション手法であり、材料が分離する現象である破断の予測にはなじまない。破断の予測を行えるようにするには、FEMに破断を行えるようなシステムを組み込み、連結する形とすることが最も合理的である。

以上述べたような原因から、板成形の生産現場では成形不良について客観的かつ定量的な予測を行うシステム化が進んでおらず、依然として経験技術に基づいて判断される場合が多い。そのため、部品の生産段階であるプレス成形工程の不良が起こってはじめて、部品形状の設計変更の必要性を認識することもある。その場合、変更する部品との形状の整合性から、成形性に何ら問題のない他部品についても設計に差し戻され、変更を余儀なくされる場合もあり、工期増大の重大な要因となっている。このような観点からも、コンピュータの支援による合理的且つ定量的な評価の確立が急務であると思われる。望まれるシステムは、対象部品形状と必要な条件さえ入力すれば、成形がOKかNGかを判断してくれるシステムであり、すなわち、板材成形のCAEシステムと呼ばれるものと考えられる。特に生産準備段階において成形可否を判断できるシステムを確立することは、経済的にも大きなメリットを生み出すため、期待が大きい。

1.2 本研究の目的と概要

1.1 節で述べた現状を打破するために、本研究は板材成形工程における破断不良の可否判断をより合理的かつ定量的に評価するためのCAEシステムの構築及びその実用化を目的としてなされたものであり、次のような点をねらいとして理論的な研究及びその検証を行う。

1. 有限要素法を中心にした3次元板成形問題への適用が可能なシステムの構築
2. 計算機による解析で破断限界まで評価し得るシステムの開発
3. 精度良い破断予測を可能にし得る材料モデルの厳密化及び材料特性抽出法の確立

これらの目的を達成するために、本研究は以下のような構成で展開する。

第1章では、板成形技術の最も代表的な成形法であるプレス成形において、本研究の背景や必要理由、目的について言及する。特に、生産工程のCAD/CAM化の進んだ現在において、定量的な客観評価を可能にする板成形のCAEシステムの必要性を述べる。

第2章では、有限要素解析と破断限界理論解析を連結した成形評価システムを提案し、典型的なモデル成形である、球頭張出し成形及び角筒深絞り成形についてその適用を図る。本手法の有効性を確認するために、成形条件や材料特性の定量的評価を行い、実用的な結果が得られることを確認し、実験結果との比較により、破断限界ひずみを理論的に正確に予測することや有限要素法においてひずみの局所化を正確に予測することが重要であることを明らかにし、それには材料構成式や材料特性の影響が大なることを述べる。

第3章では、成形評価システムに適すると考えられる、成形性に強く影響する材料パラメータを反映した材料構成式について述べる。変形解析及び破断限界ひずみ

予測解析の両方で高精度が期待できる塑性ひずみ増分の応力増分依存性を有する構成式を基準に、変形と強度の異方性を同時に正確に表現できる異方性構成式への展開、破断限界ひずみ予測理論への適用を可能にする線形比較体構成式の確立を行う。

第4章では、第3章で提案された異方性構成式を導入して破断限界の理論解析を行い、破断限界への影響が大きい成形性パラメータの具体的な決定方法について新たな提案を行い、その妥当性を検討する。また、応力、ひずみを成形進行時に測定できる液圧バルジ試験システムの試作を行い、引張試験で評価することに疑問であった加工硬化係数について新たな評価方法の検討を行う。破断限界ひずみに及ぼす異方性パラメータの影響を考慮した解析を行い、従来整理いなかった材料特性の面内異方性の影響について変形異方性と強度異方性の観点から定量的評価を行う。

第5章では、有限要素法プログラムに第3章で提案された構成式の導入を図り、応力経路を急変させた解析により、ひずみ増分方向の変化が変わる解析を実現し得ることを確認する。3次元板成形問題に適用し、ひずみの局所化現象に及ぼす構成式パラメータの影響を明らかにする。構成式の材料パラメータについて、結晶学的塑性モデルより考察されるパラメータの変化を反映した形式で新たな入力を行い、実験との比較により予測精度を検討する。

第6章では、全体の枠組である成形評価システムと、それを構成している破断限界ひずみ予測及び成形過程ひずみ予測の高精度化の有効性を適用例から検討する。板材には本質的な特性ではあるが、その煩雑さから考慮されることの少なかった異方性の観点から、3次元板成形問題へのシステムの適用を行い、限界張出し高さという実用的な評価値を通じて、面内異方性や板厚異方性の影響を明らかにする。

第7章は本研究の結論である。

第 2 章 板材の成形限界の予測法に関する展望と成形性評価システムの提案

2.1 板材の成形限界予測の現状と問題点

プレス成形など板材を加工して部品の生産を行う工程において最も厄介な不良現象に破断がある。自動車車体部品の加工などプレスによる大量生産が行われている工程で破断が一度起こると、その後、連続的に発生することが多く、著しく生産性を損なうこととなる。破断による不良は発生する条件が明確になっておらず、事前にその発生を予測することが難しい。破断現象の直前には必ず局所変形が起こっており、その変形は一種の塑性不安定現象と考えられる。ここで、薄板を引張試験により徐々に伸ばしていく場合を考える。図 2.1 に示すように、当初、均一に変形していた材料が伸びの進行に伴い、板幅方向の変形の局所化、板厚方向の変形の局所化を経て、やがて破断に至る。破断時の板厚は材料の特性によって異なる。ここでは、引張試験の例を述べたが、同じ材料でも破断時の板厚は変形様式に影響を受ける。例えば引張試験と張出し試験の限界板厚は大きく異なり、このように材料が受ける応力状態によって限界の板厚やひずみが一定に定まらないことが破断限界の問題を複雑にしている。このような変形状態が異なる場合の破断限界を評価する手法として、従来から行われているものに破断限界曲線（Forming Limit Diagram または Flow Limit Diagram：以下 FLD）の作成がある。図 2.2 に示すように FLD は変形状態の異なる場合、すなわち、主ひずみ比が異なる場合の破断限界ひずみを横軸

に最小主ひずみ，縦軸に最大主ひずみをとったグラフ上にプロットし，それらを結んで破断限界ひずみ曲線としたものである．変形している材料のひずみが成形限界曲線に達していないひずみは安全値，限界曲線に達したひずみは危険値と判断できる．これまでにFLDに関する研究報告は数多くなされており，実験的アプローチのみならず，理論的アプローチからの検討も行われている．実験によるFLDの測定方法としては，球頭工具を用いて矩形板を張出した際の限界ひずみを測定する中島法¹⁾が有名であり，米国などにおいても材料の成形性評価手法として広く用いられている²⁾．この方法は，予め板材の表面にエッチング等によりサークル状（または格子状の）模様を描いておき，球頭工具で破断まで成形した後に，サークルの変形量から破断限界ひずみを測定するものである．その際，工具寸法，試料寸法，潤滑条件などを変え異なった変形状態を創り出し，変形状態が異なる場合の破断限界を測定するものである．しかしながら，実験的アプローチの場合，破断前に変形が局所化した時点でひずみが不均一となり，その不均一度によって破断限界ひずみの測定結果が影響を受ける．従って，ひずみを測定するサークル径などのゲージ長さや素材～工具間の摩擦状態によって得られる結果が異なってくる．また，破断そのものが力学的に不安定な現象なので，結果のばらつきが大きいことも問題点である．一方，理論的には，くびれ発生点や板厚不均一点をもって成形限界と考えて成形限界基準を定式化し，数値計算からFLDを描く試みもなされている．これまでに提案されている理論の内容と得失については本章で整理して述べる．精度の高いFLDを実験的に得る手法の開発も望まれるが，測定に必要となる労力・時間を考えると，FLDの予測手法を仮想生産システムの中で閉じた形で展開できることが望ましい．しかしながら，FLDは材料の変形限界能を評価する手法としては充分であるが，実成形において定量的な破断評価を行うには情報が不足している．すなわち，FLDから知ることのできるのは最終のひずみ状態だけであり，変形のプロセスについては全く分からない．成形過程で主応力比が変化するような変形の場合に，破断限界は大きく

変化することが知られており、最終破断に達する履歴を考慮した評価手法が重要である。つまり、実成形過程において破断限界の予測を行うには、全領域の刻々のひずみまたは応力を測定しなくてはならないのである。これは、設計・生産工程のシステム化が進んでいる時代の成形性予測手段として考えると実用的とはいえない。

一方、成形過程のひずみの予測を行うとすれば、最も期待できるのは有限要素法(FEM)である。有限要素法は近年の計算機的能力向上と共に飛躍的に発展しており、塑性変形の数値シミュレーション技術としても満足できる解を得られるようになってきた。塑性加工の中でも、プレス成形は複雑形状の金型と素材間の接触となるため非線形性が強く、実部品成形へのFEMの適用は困難とされていたが、最近では板成形解析用に3次元FEMプログラムの開発も行われるようになってきた。FEMを用いてせん断帯の予測を行うことで破断限界を予測する試みもなされている³⁾が、FEM自体がもともと連続体力学であり、材料が連続的に変形する過程の予測であるので、破断までの評価は不可能である。

こういう現状をふまえると、実プレス成形において破断予測を行うには、成形過程のひずみデータと破断限界のひずみデータを有機的に共有する形でシステマチックに予測評価する道がひらけてくる。ここでは、有限要素法により成形過程のひずみの予測を行い、理論的に予測されたFLDにより破断限界を予測する、実用的な破断評価手法を提案する。この手法の最大の利点は、金型形状が複雑となる実部品成形の場合にも適用でき、破断限界の事前予測ができる汎用的な評価方法になることである。しかしながら、これまでに、この手法で評価された例は殆どなく、問題点について述べられたものは見当たらない。そこで、本章では従来の破断限界ひずみの予測理論について述べた後に、より先進的なFEMとFLDの連結による破断評価手法について検討する。

2.2 破断限界ひずみの予測理論

薄板材の理論解析は平面応力場に限定するため、比較的容易であり、その成形性評価は過去他の塑性加工のそれよりも盛んに行われてきた。成形性評価の中でも、くびれやしわの発生を力学的に予測する不安定問題は塑性加工におけるメインテーマの一つである。薄板材の破断は材料が分離する現象であるから、連続体力学の言葉で直接表現することはできない。そこで、その前兆としての局所くびれ限界の発生を予測することとなる。局所くびれとはそれまで継続していた比較的一様性の高い変形様式から、狭い領域に変形が集中するモードへの変形場の分岐として扱うことができる。ただ、局所分岐には様々な形態があり、その中から以後の破断に密接に関連するモードを捉える必要がある。図2.3は一様変形から局所分岐を経て破断に至る過程の Marciniak⁴⁾による説明図である。内圧と軸引張力を受ける薄肉円管の変形過程を考える。その際、円管の全長は変化しないように軸力と内圧比がコントロールされているものとする。はじめは一様に拡張されていく(stage A)が、途中から円管の中央付近の拡張率が最大となるような不均一変形が生じる(stage B)。さらに、負荷を増大させると、変形の軸対象性が破れ円周方向の一部が他より肉厚が薄くなる変形モードが現れる(stage C)。さらに負荷を増大させると板厚方向にわたる狭い領域内にせん断ひずみが集中する様になり(stage D)、終局を迎える。Stage B,C,Dはそれ以前のモードからの分岐と考えられ、この順に局所性が強まっていく。これを円管に限定することなく一般の板材の変形過程に当てはめて解釈すると、StageBは板面内の変形の局所化であり、単軸引張試験において幅縮みとして観測される拡散くびれと称されるものに該当する。この発生基準はSwift-Hillの拡散くびれの条件として知られている。StageCで生じる板厚くびれは板厚程度の領域内に生じるひずみの集中であり、これ以降は変形がこの部分に限定され破断に至ると考えられる。これを局所くびれと称し、板材成形ではこの分岐モードを成形限界とみなし、古典的

な Hill の理論や、最近では Stören と Rice の理論 (S-R 理論) によりその発生限界を評価している。StageD に至ると局所くびれ領域内にせん断帯と呼ばれるひずみ集中域が出現する。このひずみ集中域は板厚寸法よりはるかに狭いと考えられ、破断直前の現象である。局所くびれ発生以降に変形がこの部分に集中し破断に至ると考えられる。この過程は分岐後変形であるが、このような観点からの予測モデルには M-K モデルがある。ここまで、破断に至るまでの変形の局所分岐の推移を見てきた。一般的に破断に最も近い局所分岐はせん断帯分岐であるが、平面応力理論で扱えるのは板厚くびれまでである。次節では拡散くびれ理論、局所くびれ理論、M-K 理論、S-R 理論について説明し、破断限界ひずみ予測理論としての適性を検討する。

2.2.1 拡散くびれ

薄板材の単軸引張を行うと、最大荷重点近傍で図 2.1 のような幅方向にくびれを生じ始め、そのくびれが進展していった後に、板厚程度の幅でバンド状の板厚減少域がたすき掛け状に現れ、ほどなく破断・分離に至る。最大荷重点で発生するくびれを拡散くびれと呼び、これ以後の変形はくびれ部分にのみ集中し、不均一変形となる。拡散くびれ理論は、2 軸引張を受けて変形する板材において 2 方向の張力が同時に最大値に到達するとき拡散くびれがとするもので、変形の局所分岐というよりは力学的な不安定条件である。ただ、最初に発生し得る分岐モードであることが分かる。くびれ発生の瞬間を基準とする座標系で、張力の停留の条件は

$$dS_{ij} = d\sigma_{ij} - \sigma_{ik} \frac{\partial dv_k}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

ここに dS_{ij} は公称応力増分である。これより、主軸座標系に対して次式を得る。

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = d\varepsilon_1, \quad \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} = d\varepsilon_2 \quad (2.2)$$

ここで、降伏関数 $f(\sigma_{ij})$ を塑性ポテンシャルとする関連流れ則と硬化則

$$\left. \begin{aligned} h d\varepsilon &= (\boldsymbol{\nu} \cdot d\boldsymbol{\sigma}), \quad \boldsymbol{\nu} = \nabla f / |\nabla f| \\ h &= F'(\int dW^P) \\ f(\sigma_{ij}) &= F(\int dW^P), \quad dW^P = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

を用いることとすると式(2.2)より

$$\frac{\partial f / \partial \sigma_1}{\partial f / \partial \sigma_2} = \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (2.4)$$

式(2.3)(2.4)より,

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 = \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \sigma_2 d\varepsilon_2 \\ &= \frac{d\varepsilon_2}{(\partial f / \partial \sigma_2)} \left\{ \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} \sigma_1 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right) + \sigma_2 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{d\varepsilon_2}{(\partial f / \partial \sigma_2)} \left\{ \sigma_1 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2 + \sigma_2 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

また, 式(2.3)より,

$$\begin{aligned} df &= F'(W^P) \cdot dW^P = F'(W^P)(\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2) \\ &= F'(W^P)(d\sigma_1 + d\sigma_2) \\ &= F'(W^P) d\sigma_2 \left(\frac{\partial f / \partial \sigma_1}{\partial f / \partial \sigma_2} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_2} + 1 \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

式(2.5)(2.6)より, 拡散くびれ発生限界基準式として次式を得る.

$$h_{cr} = F'(W^P) = \frac{\sigma_1 (\partial f / \partial \sigma_1)^2 + \sigma_2 (\partial f / \partial \sigma_2)^2}{\sigma_1 (\partial f / \partial \sigma_1) + \sigma_2 (\partial f / \partial \sigma_2)} \quad (2.7)$$

ここで, 降伏関数に Mises の相当応力 $\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2)\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$ と指数硬化則 $\bar{\sigma} = F\bar{\varepsilon}^n$ を選べば, 上の基準式は最大主ひずみについての限界条件

$$\varepsilon_1^{cr} = n \cdot \frac{2(1 + \xi + \xi^2)}{(1 + \xi)(2 - \xi + 2\xi^2)}, \quad \xi = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (2.8)$$

が得られる. この基準式によれば, 単軸引張 ($\xi = -0.5$), 平面ひずみ ($\xi = 0$), 等2軸引張 ($\xi = 1$) では, いずれも $\varepsilon_1^{cr} = n$ となり, 加工硬化指数 n 値が大きい材料は延性が大きいという経験的な傾向に一致する. ただ, この基準にはくびれモードに何

らの制約を与えていないので、一般にかなり広がりを持った不均一変形となり、またモード速度場が連続であることから、変形の進行に伴ってこの領域は周囲の材料を不均一モード内に取り込む形で拡散していくと考えられる。従って、拡散くびれ発生限界は直ちに破断に結びつくとは断定できない。

2.2.2 Hillの局所くびれ理論⁵⁾

塑性不安定問題の先駆者的存在がHillである。彼の提唱した局所くびれ基準は、もともと薄板の引張試験における速度場の不連続をもとに局所くびれを扱ったものであり、局所くびれは伸縮の生じない方向に沿って発生し、くびれ方向に沿って伸びひずみ速度は零であることを前提条件としていた。今、図2.4に示すように、薄板の平面応力問題で σ_1, σ_2 が作用している状況から面内のある方向に局所くびれが発生したとする。また、一般性を失うことなく、問題の取り扱いを容易にするために主応力軸の方向に一致させて空間固定座標系 (x_1, x_2) を設定する。Hillの条件では、

(1) くびれ線方向には伸縮しない。つまり、

$$d\varepsilon = d\varepsilon_1 \cos^2 \psi + d\varepsilon_2 \sin^2 \psi = 0 \quad (2.9)$$

(2) くびれを横切って、くびれバンドに沿う単位幅当たりに作用している力 T_n の最大条件

$$\begin{aligned} T_n &= t\sigma_n (\sigma_n = \sigma_1 \sin^2 \phi + \sigma \cos^2 \phi) \\ d(t\sigma_n) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

がくびれ開始の条件である。

(3) くびれバンドの内外において、応力比 σ_1/σ_2 は不変である

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \sqrt{-\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2}} \right\} \quad (2.11)$$

すなわち、 $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1 < 0$ でなければくびれ線方向が定まらない。従ってこの理論によれば張出し領域では局所くびれが発生しないことになる。そのため、ひずみ比が正である2軸応力場が一般的である多くのプレス成形には適応困難である。

2.2.3 M-K 理論⁶⁾

Hill の局部くびれ条件は、ひずみ増分比 ξ が正に対して適用されない。しかし、実験的には $\xi > 0$ でも明らかな局部くびれを伴って破断することが分かっている。Marciniak & Kuczynski は現実の金属材料において、完全に均質なものは存在しないという観点から、はじめから板厚に一部薄い、強度的に弱い帯領域があるといった初期形状不整を前提とし、局所くびれ基準に関する報告をまとめた。この局所くびれ基準では初期不整である帯領域に変形が集中し、最終的に変形はその領域にのみ完全集中し、この時点にくびれ発生と位置づけるモデルであり、以下の仮定の下に変形解析が進められた。

1 くびれ部は板厚の不均一などの初期不整と考え、これは最大主応力方向に直交する狭いバンド領域(図中のB)を形成する。初期不整度として $f_0 = (t_B/t_A)_0 < 1$ を与える。

2 一様変形部Aとくびれ部Bでくびれ線に沿うひずみ(すなわち、板面内の第2主ひずみ)は等しい。すなわち、 $(d\varepsilon_2)_A = (d\varepsilon_2)_B$ 。

3 一様変形部Aとくびれ部Bの界面で張力の釣り合いを保つ。すなわち、 $T_1 = \sigma_{1A}t_A = \sigma_{1B}t_B$

これに構成式(2.3)を加えて、 σ_1 あるいは ε_1 を増加させながら、変形解析を進めると $(t_B/t_A)_0 < 1$ であることから、任意の変形段階において

$$\sigma_{1B} > \sigma_{1A} \implies d\varepsilon_{1B} > d\varepsilon_{1A} \quad (2.12)$$

の関係を保ちつつ、A領域とB領域の変形量の差が拡大する方向で変形が進み、やがて

$$\frac{d\varepsilon_{1B}}{d\varepsilon_{1A}} = \infty \quad (2.13)$$

となる。このときの ε_{1A} をもって、破断限界ひずみとする。つまりこの状態に至っては、A領域で課せられた変形の進行に必要な応力の増加に釣り合うようなB領域の

応力の増加を，有限なひずみの増加で補うことが不可能になり，終局を迎える．その意味においては分岐理論よりも直接的に破断限界を捉えているといえるかもしれない．このモデルは簡明なるが故に，板材の成形限界評価にしばしば用いられる．しかし，くびれ方向が最大主応力に垂直方向と決められていることが，現実には合わない場合もある．また，このモデルは帯領域の強度低下に依存して成形限界値が変動し，解析を行う初めに初期不整値を指定しなくてはならない．さらにこの理論は不整の度合を大きくとらないと破断の実験値に一致せず，この時の不整は非現実的な値をとるという点が大きな問題点である．

2.2.4 S-R 理論⁷⁾

S.Stören と J.R.Rice は，Hill の局所くびれの概念を拡張し，帯状領域と周辺領域の境界において，くびれ帯内外で変位増分勾配に不連続が存在し得るとき，すなわち両領域でのひずみ速度差が零でない状態（一様変形から局所変形への遷移）が存在可能になったときを不安定の発生時と想定した．その際，Levy-Mises の式などのようにひずみ増分方向が応力増分に依存しない構成式を用いた場合，くびれの発生条件は存在しないが，Hencky の式の増分形などのように塑性ひずみ増分と応力増分の間に 1 対 1 対応のある構成式を用いれば現実的な局所くびれ発生条件が得られることを報告している．ここでは S-R の基本概念について説明する．前提条件として，板厚方向の諸物理量の変化は無視でき，均質薄板の均一準静的変化を考える図 2.4 は，その際の板の微小要素である．板面内の帯状領域に垂直な単位ベクトルを n とする．そして方向余弦は，

$$n_1 = \cos \psi, \quad n_2 = \sin \psi$$

ここで ψ は x_1 軸と放線ベクトル n とのなす角である．帯内外の諸量の差を， $\Delta(\cdots)$ と表示することにする．すなわち， Δ は全域で一様変形が継続するとした場合と局

所くびれ帯を想定した場合の差と考えられる。その帯を横切るときの速度差は、

$$\begin{aligned}\Delta v_\alpha &= v_{\alpha,inside} - v_{\alpha,outside} \\ &= f_\alpha(x_1 \cos \psi + x_2 \sin \psi) \\ &= f_\alpha(n_\beta x_\beta)\end{aligned}\quad (2.14)$$

ここで Δv_α ($\alpha = 1, 2$) は板面内の成分であり、上式は不連続帯の法線方向座標の関数を意味し、不連続の状況が帯に沿って変化しない。変形勾配差は以下のようになる。

$$\Delta \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} \right) = \frac{\partial(\Delta v_\alpha)}{\partial x_\beta} = \frac{\partial(f_\alpha(n_\gamma x_\gamma))}{\partial(n_\delta x_\delta)} \frac{\partial(n_\delta x_\delta)}{\partial x_\beta} = g_\alpha n_\beta \quad (2.15)$$

ここで

$$g_\alpha = f'_\alpha(n_\gamma x_\gamma) \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3) \quad (2.16)$$

不均一変形域の第二の制約は、応力のつりあいが満足することである。板面内のつりあいの式は、材料の単位幅あたりの合力 $H\sigma_{\alpha\beta}$ に関して、

$$\frac{\partial(t\sigma_{\alpha\beta})}{\partial x_\alpha} = 0 \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (2.17)$$

そして、式(2.17)より空間の固定した点での合力の時間変化率は

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{t\sigma_{\alpha\beta}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ (t\dot{\sigma}_{\alpha\beta}) - v_\gamma \left[\frac{\partial(t\sigma_{\alpha\beta})}{\partial x_\gamma} \right] \right\} = 0 \quad (2.18)$$

ここで $\dot{\cdot}$ は瞬時の物質微分を示す。そして $\sigma_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2$) は板面 ($\sigma_{i3} = 0$) での真応力成分である。くびれが生じる直前まで均一変形、均質材料の仮定から、式 (2.18) は同時にどこにおいても満足するものであり、式 (2.18) の [] 内の成分は零である。式(2.18)より

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\Delta \dot{\sigma}_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta} \Delta D_{33}) = 0 \quad (2.19)$$

ここで、 $\Delta \dot{\sigma}_{\alpha\beta}$ は式 (2.15) より得られる応力速度の差である。そして、

$$\Delta D_{33} = \frac{\Delta \dot{t}}{t} \quad (2.20)$$

は、帯の内側と外側の厚さひずみ速度の差である。さらに、 $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$ と D_{33} は式(2.14)、式(2.15)によって得られる変形場に対応しているので、それらは帯を横切る時のみ変化し、外側で消えて無くなる（つまり外側で零である）。式(2.19)を図2.4で示すところの座標 (x_1, x_2) からくびれ線に沿った方向を一つの軸とする座標系に変換し、くびれ線に沿った方向で速度差は零という条件から、くびれ帯垂直方向での力のつりあい式、式(2.21)を与える。

$$n_\alpha \Delta\sigma_{\alpha\beta} + n_\alpha \sigma_{\alpha\beta} \Delta D_{33} = \text{const.} = 0 \quad (2.21)$$

$\Delta\sigma_{\alpha\beta}$ と ΔD_{33} を関数 g_α に関連づけるために構成式を指定する必要がある。さしあたり、以下の線形速度関係式(2.22)は妥当であるものと仮定する。

$$\sigma_{\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\gamma\delta} \left(\frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\delta} \right), \quad D_{33} = M_{\gamma\delta} \left(\frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\delta} \right) \quad (2.22)$$

ここで、 $L_{\alpha\beta\gamma\delta}$ と $M_{\gamma\delta}$ は現在の応力-ひずみや弾性率、加工硬化率などのような構成パラメータの関数である。式(2.22)の関係は通常、平面応力場($\sigma_{i3} = 0$)を必要とすることと $D_{\alpha\beta}$ （面内成分）で D_{3i} を表すことによって一般的な3次方程式が得られる。もし、 $L_{\alpha\beta\gamma\delta}$ と $M_{\gamma\delta}$ がくびれ開始間隙でくびれの内側と外側で同じままであるとすると、式(2.15)から、以下の式が作れるであろう。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\alpha\beta} &= L_{\alpha\beta\gamma\delta} \Delta \left(\frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\delta} \right) = L_{\alpha\beta\gamma\delta} g_\gamma n_\delta \\ \Delta D_{33} &= M_{\gamma\delta} \Delta \left(\frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\delta} \right) = M_{\gamma\delta} g_\gamma n_\delta \end{aligned} \quad (2.23)$$

式(2.23)を式(2.21)に代入すると、以下の g_1, g_2 に関する線形同時方程式が得られる。

$$(n_\alpha L_{\alpha\beta\gamma\delta} n_\delta + n_\alpha \sigma_{\alpha\beta} M_{\gamma\delta} n_\delta) g_\gamma = 0 \quad (2.24)$$

力のつりあい式である式(2.24)が $g_1 \neq 0$ かつ（または） $g_2 \neq 0$ を満足する場合、つまり、不定解を持つための条件である式(2.25)を満たす場合、くびれが発生すると考えることができる。

$$\det(n_\alpha L_{\alpha\beta\gamma\delta} n_\delta + n_\alpha \sigma_{\alpha\beta} M_{\gamma\delta} n_\delta) = 0 \quad (2.25)$$

Stören & Rice は比例変形を仮定して、その変形比を

$$\xi = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} = \frac{d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_{11}} \quad (2.26)$$

として、Hencky 式の増分形の構成式を用いて、式(2.25)を満足するひずみ、いわゆる限界ひずみを求めた。張出し領域ではくびれ線の方法はほとんど最大主応力に垂直であり、 n 乗硬化則では限界ひずみは次式となる。

$$\varepsilon_1^{cr} = \frac{3\xi^2 + n(2 + \xi)}{2(2 + \xi)(1 + \xi + \xi^2)} \quad (2.27)$$

数値解析の結果得られる限界ひずみは図 2.7 のようになり、くびれ限界が材料の n 値やひずみ比によって大きく異なってくる傾向が解析結果に表されている。

以上、本節では破断限界ひずみの予測理論について述べてきた。力学的不安定から導かれる拡散くびれ予測は直接的に破断限界を予測できないという問題点があり、先駆者的であった Hill の局所くびれ理論は張出し変形においてくびれ限界を得られないという問題点があった。また、初期不整を前提とした M-K 理論は、くびれ方向や初期不整量をあらかじめ指定しなくてはならず予測という観点で考えると、それは大きな欠点となっている。これらに対し、S-R 理論はここに挙げた問題点を解決できる唯一のくびれ理論と考えられる。分岐条件であるくびれ基準としては現状で最も優れていると思われるが、S-R 理論で使用された構成式である Hencky の変形論増分則は塑性力学的に問題があり、実際に他の構成式を S-R のくびれ基準に適用している例も見られる⁸⁾。

2.3 成形性評価システムの提案

前節ではFLDの理論的予測法について述べてきたが、これらを実成形の破断評価に適用するためには刻々の成形過程における応力、ひずみ量が既知でないと破断判定を行えない。実成形においてそれらの分布を知り得ることは困難であり、ここでFEMと理論FLDを用いた成形性評価システムを提案する。FEMというのは、物体を仮想的に有限の大きさの要素に分割して、物体をそのような要素の集合体として解析する方法であって、骨組構造を取り扱う構造工学においては古くから知られている。最近ではエンジニアリング・ワークステーション(EWS)に代表されるコンピュータの飛躍的発達とそれに伴う専用ソフトウェアの開発により、塑性加工分野への適用もなされつつある。圧延や鍛造分野においては、変形過程をシミュレートする目的で3次元解析も行われ始めており、プレス成形においても、FEMによる変形シミュレーションへの期待が高まっている。成形シミュレーションの利点は、

1. 材料データや成形条件を入力するだけで迅速に成形性を評価できる。
2. 形状が複雑な場合にも適用できる。
3. 仮想材料や仮想工具形状の成形性を予測評価できる。

ことである。ところが、プレス成形では、これまで3次元での解析は非常に困難であった。これまで、FEMで静的な塑性変形問題を解析する際に、応力-ひずみ関係が変形状態に依存して変わるため、短いステップで増分的に解を求めて繰り返す陰解法を通常用いていた。しかしながら、プレス成形では成形中に材料の形状が大幅に変わると同時に、金型-材料間の接触状況が複雑に変化するため、非線形性がかなり強く、安定して収束解が得られないという問題がつきまとっていた。また、素材寸法に比較して成形される形状の肩R半径が極めて小さく、そのため成形形状を十分表現できるような極小要素を用いた分割が前もって必要であり、当然要素数も

膨大となる。この点から、計算機が発達した現状でも未だ解析時間がネックとなる場合も多く、実用的に使うには困難であった。そういった陰解法の欠点を解決するために、収束計算を必要としない陽解法が適用されはじめ、板成形のFEM解析が可能とされてきている。陽解法は本来、線形問題にしか適用できないが、r-min法と呼ばれるステップ制御法の導入により解析ステップを必要最小限まで微小にすることで、収束計算の発散を防ぎつつ、計算時間を実用的範囲まで短縮している。r-min法は弾性状態の要素が塑性状態に変化したり、節点~金型間で接触・離脱を起こすタイミングによりr-min値を決定し、各ステップで得られた全ての変数量にr-min値を乗じて計算値とする手法である。これにより非線形問題を線形問題として解析する際の誤差を最小限に食い止めている。このような手法により、板成形解析用のFEMソフトウェアの研究開発が進められ、板成形への適用が広い範囲で行われるようになってきた。しかしながら、板成形に関するFEMの利用はまだ生まれたばかりの技術であり、その精度の不十分さのみならず、使い方の面からも今後十分検討する余地が大いに残されている。その一つとして、有限要素法では、成形過程における応力やひずみの状態を知ることにはできるが、破断などの成形不良の判断を行うことが困難であることが挙げられる。プレス加工の生産現場で必要とされる情報は、ある条件で加工を行った場合の不良の発生有無であり、その予測が可能になれば、従来のトライアンドエラー方式に比べ生産工程短縮及びコスト低減効果は絶大である。そのためにはFEMと分岐理論に基づく成形限界解析を連続的に行う必要があるが、そのような手法により解析評価を行った例は殆どなく、実用上の問題点も全く明らかにされていない。そこで、本研究では図2.8に示すように、有限要素法から得られる成形過程における応力・ひずみ量を用いて理論的なくびれ発生条件を満たすかを評価し、汎用的かつ実用的なアウトプットが得られる成形限界予測システムの可能性を検討する。

2.4 3次元板成形問題への適用

2.4.1 解析に用いた有限要素法の内容

しわの発生，工具接触および摩擦抵抗力が非定常に存在する板成形特有の不安定及び非線形の問題に対しては，従来の静的問題に用いられている陰解法では安定して収束解が得られない．これに対し本研究では静的陽解法による時間的積分法を用いた3次元膜要素有限要素プログラムを用いた．この解法は，増分変形前の既知量を用いた陽型の線形有限要素定式化を行う弾塑性解法であるため，確実に解を得ることができる．陰解法に比べ増分量を短くする必要があるが，これをr-min法と呼ばれるステップ制御法を用いることで効率の良い解析を行える．また，板材は”薄い”という点から3角形膜要素を採用し，計算時間の短縮を測っている．また，材料モデルとして，板厚方向の異方性 r 値を考慮したHillの異方性塑性降伏関数(2.28)，構成式にはJ2流れ則(2.29)，及びSwift型の加工硬化式(2.30)，Coulomb摩擦則を採用した接触力記述式(2.31)を導入している．

$$f = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \frac{2r}{1+r} \sigma_x \sigma_y + \frac{2(1+2r)}{1+r} \sigma_{xy}^2 = \bar{\sigma}^2 \quad (2.28)$$

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \frac{1}{H'} \frac{d\bar{\sigma}}{\sigma'} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (H' : \text{接線係数}) \quad (2.29)$$

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}_p)^{n^*} \quad (2.30)$$

$$F = \mu \times N \quad (F : \text{摩擦力} \quad \mu : \text{摩擦係数} \quad N : \text{垂直力}) \quad (2.31)$$

2.4.2 解析方法

本研究で提案する板成形のCAEシステムを球頭張出し成形と角筒深絞り成形に適用する．球頭張出し成形は，材料の張出し成形性評価法として最も重要な試験法である．プレス成形での破断は主に平面ひずみ変形（板幅拘束引張）下で起こるた

め、引張試験の変形能（延性）と対応しないことが多い。平面ひずみ変形下の張出し性評価法の一つとして、球頭張出し試験法があり、自動車会社の一次的な材料評価基準として採用されている。角筒深絞り成形は実成形性との相関の高い成形である。角筒成形時に起きる破断はパンチ肩部で起こる場合が多く、これは α 破断と呼ばれている。いくつかある破断形態のうち、 α 破断は実部品成形でも発生する頻度が最も多く、実用性の高いモデル成形と言える。

解析は図 2.11 の流れに従い行っていくものとする。実際の試験条件に合わせて金型や素材のモデリングや要素分割を行い、FEM 解析用の形状データを作成する。引張試験や摺動試験から測定した降伏強度、加工硬化特性、摩擦係数を材料データとして入力する。さらに、しわ押さえ力（Blank holder force ; 略して BHF）やビード力（材料流入を制御するためにダイフェース上に設けられた凹凸）を境界条件として設定し、FEM 解析を行う。各ステップごとに得られる各要素の主ひずみの計算結果を破断判定プログラムに入力し、破断を評価する。このときの破断のクライテリアとして、局所くびれは破断直前の現象と考え、Stören と Rice による局所くびれ基準を用いた。比例負荷を仮定して得られる FLD の計算結果（張出し領域では式 (2.27)）から、各要素の主ひずみ値がその条件を満たすかどうかを各ステップごとに判断した。局所くびれ基準式を満たす要素が一つでも現れたときに成形限界であると考え、そのときのパンチストロークを限界成形高さとした。

1. 球頭張出し成形の解析条件

球頭張出し成形は図 2.12 に示す金型寸法、素材寸法の条件で行うものとし、計算は対称性を考慮して実際の部品形状の 4 分の 1 領域について行った。ビードの外側では殆ど材料流入がないことを考慮して、中心からの距離が 82.5mm 以上の節点は変位 0 に拘束し、フランジ部に与えるしわ押さえ荷重は接触面積より算出した。ブランクの板幅を 80~140mm に変えたモデルを作成して計算を行い、変形経路や限

界張出し高さに及ぼす材料特性や板幅の影響を検討した。各形状の要素分割数、節点数を表2.1に示す。また、供試材には、自動車部品に使用される金属薄板材の中から互いに異なる機械特性値を持つ材料を選択し、解析した。すなわち、深絞り用鋼板 SPCE(A, G), 高強度鋼板2種(残留オーステナイト型(B)・析出強化型(C)), 5000系アルミ合金板(D), オーステナイト系ステンレス鋼板(E)である。高強度鋼板2種は、ほぼ同強度のもので加工硬化係数 n 値が大きく異なる種類のものを準備した。各材料の機械特性値を表2.3に解析に用いた加工硬化係数と摩擦係数を表2.4に示す。

2. 角筒深絞り成形の解析条件

角筒深絞り成形の工具寸法を図2.14に示す。ブランクは鋼板の圧延方向がパンチの直辺と平行になるようにセットすることとし、計算は対称性から4分の1領域について行った。ブランクは要素数1800、節点数961のメッシュに分割して解析した。しわ押さえ荷重(BHF)は、全体に29.4kN加わる条件を基準として計算した。解析に用いた材料モデルは、成形性が異なる板厚0.8mmの冷延鋼板3鋼種(SPCC(F材), SPCE(G材), SPCE-N(H材))とした。破断の危険性に及ぼす材料特性値や成形条件の影響を明確にするため、 n 値・ r 値・BHF・摩擦係数・ブランク形状・型形状をパラメータとした計算を行った。

2.4.3 解析結果

1. 球頭張出し成形の解析結果

(1)FEM解析結果

図2.17にFEMより得られたパンチストローク S の変化に伴う板厚ひずみ分布の推移を示す。成形初期は軸対称に分布していたひずみがパンチの進行と共に試料長手方向に局所化していく様子が良くシミュレートできている。図2.18には板幅を変

化させたときのパンチストローク荷重曲線を示す。板幅が成形荷重に及ぼす影響を数値解析で定量的に表せ、実験と同じ傾向になる。荷重に多少変動が見られるのは成形過程で試料の節点と工具の接触状態が刻々と変化するためと思われる。また、各材料について同一成形高さでの試料中心から長手方向に沿った板厚ひずみ分布を図2.19に示す。板厚減少の大きさが各材料の成形性を表しており、実験においても析出強化ハイテン(C材)が最も評価値が悪くなっている。これらの材質の違いによる成形性との関係を概ね反映していると考えられる。このような定性的な評価は可能であるが、破断限界は定量的には定まらない。

(2) 成形限界評価と材料特性・板幅の影響

図2.20は成形限界を評価する手法の概念図である。このように、FEMで得られる各要素のひずみ状態とS-R理論より計算される破断限界ひずみを評価し、限界ひずみに達する要素が一つでも現れたときに破断限界とし、そのときの成形高さを限界張出し高さとした。図2.21は各材料について予測された限界張出し高さの実験値と比較したものである。これより、5種の材料間の限界張出し高さの対応関係は実験と同じ傾向にあると言える。しかしながら、個々の材料の計算と実験の定量的な精度は十分とは言えない。例えばSPCEについて見てみると、実験では限界張出し高さの予測値は31mmであるが実験では36mmであり、これでは精度的に不十分である。この誤差を生み出している要因としては、FEMによるひずみの精度や $S=R$ による破断限界の精度が考えられる。また、理論予測値は、ステンレスを含む鋼板の場合は実験値より小さくなるが、アルミ合金だけ逆の傾向が得られた。この理由については2.4.4節で考察することとする。提案したシステムが実用になるにはこれらの問題点を解決することが必要である。

図2.22から図2.24にそれぞれ加工硬化指数 n 値、板厚方向異方性 r 値、摩擦係数 μ を変えた場合の限界張出し高さの評価結果を示す。これより以下のことが分かった。

1. 限界張出し高さは n 値が大きくなるほど、大きくなる。この結果は、 n 値が大きいほど張出し成形性が優れるという従来の結果に一致する。
2. 限界張出し高さに及ぼす r 値の影響は単調な傾向にならない。これは、 r 値と張出し性との相関が n 値と張出し性のそれに比べ曖昧であるとの従来知見を再現している結果と考えられる。
3. 摩擦係数の低下は限界張出し高さを大きくする。低摩擦になるほどその影響が大きくなる。

張出し性と材料特性(引張試験値)の関係については従来から加工硬化指数である n 値との相関が大きいことが報告されており、その傾向に一致する結果が得られた。従来から言われている材料特性の影響は、多くの実験点から得た相関であったり、初等解法による解析で得たものが殆どであった。そのため、実験では調べたい材料特性を変えたいいくつかの材料を用いて傾向を見ようとする他の材料特性のばらつきが存在するという問題点があった。また、初等解析では実際は3次元である成形形状を2次元に単純化して解析するために、どうしても結果に曖昧さを含み、実成形との定量性に問題があった。本解析法では、独立に注目する材料特性のみを変化させることで、その特性の影響を純粋に抽出でき、また、実成形形状をそのまま取り込んだ解析による定量的な評価を可能としており、従来知見より実用的且つ厳密な結果が得られると考えられる。

図2.26は限界張出し高さに及ぼす板幅の影響について、実験値と計算値を比較したものである。限界張出し高さが板幅の減少によって増加することが計算でも得られている。図2.27に示すように、図の位置に示す破断危険部について変形経路を解析より求めた。限界張出し高さが板幅によって変化する理由は、板幅の減少が破断部の変形経路を平面ひずみに近い変形から単軸引張変形に変化させるので限界ひずみ ϵ_1^c が増加するためと考えられる。

2. 角筒深絞り成形の解析結果

(1) FEM 解析結果

SPCE(G) 材について基準条件で解析した成形品主要部の変形経路を図 2.27 に示す。 P_1 は α 破断を起こしやすいパンチ肩部であり、平面ひずみ変形から 2 軸変形の範囲で変形が進行する。また、 P_2 は側壁でネッキングを起こしやすい部位であり、その変形様式はフランジ上で大きなせん断変形を受けた後、ダイ肩から側壁に入り引張変形を受ける。図 2.27 から、 P_2 部が大きなせん断変形を受けている様子が観察される。また、 P_3, P_4 部はフランジ上で変形し、パンチの進行に伴う材料の流入と共に絞り変形を受けることが解析結果からも分かる。

(2) 成形限界評価と材料特性・成形条件の影響

角筒深絞り成形における破断は主にパンチ肩部で起こるので、 P_1 部の主ひずみを対象に破断危険度の評価を行った。ここでは、成形過程における破断危険度を定量的に評価するために、以下の指数に用い、各条件の影響を定量的評価した。

$$I_b = \varepsilon_{1a} / \varepsilon_1^{cr}(\xi, n, \phi) \quad (2.32)$$

ここで、 I_b : 破断評価指数、 ε_{1a} : a 部の面内最大主ひずみ、 ε_1^{cr} : 式 (2.27) による Stören-Rice による局所くびれ限界主ひずみ、 ξ : ひずみ比 ($=\varepsilon_2/\varepsilon_1$)、 n : 材料の加工硬化指数 (n 値)、 ϕ : 面内最大主ひずみ方向とくびれに垂直な方向のなす角度、である。式 (2.32) によれば、成形途中でひずみ ε_1 が限界ひずみ ε_1^{cr} に達したときに破断評価指数 $I_b = 1$ となり、破断限界となる。図 2.28 は I_b を用いてパンチストロークに対する破断の危険性を定量化して示したものである。この図より、成形条件が同じでも材料グレードにより成形性が大きく異なることが分かる。また、成形高さ 40mm の I_b に及ぼす諸因子の影響を図 2.29 に示す。破断現象に及ぼす各因子の影響を定量化でき、破断回避方法を提示するための汎用データを得るのに有効である。図 2.30 は BHF=49.0kN

の条件で $I_b = 1$ に達する限界高さに及ぼす材料グレードと金型形状の影響を示したものである。目標成形高さを 40mm に設定した場合、金型コーナー R が 10mm のときは r 値の大きい SPCEN(H 材) の場合のみ成形可能であり、SPCC(F 材)、SPCE(G 材) では成形途中で破断となる。金型コーナー R が 15mm のときは、SPCE(G 材) でも 40mm まで成形可能と判断できる。このような数値解析による判断ができない場合には、トライアンドエラー的な実験をその都度行い確認しなければならない。しかし、金型形状を変更することは作業的にも負荷が高く、効果の確認なしに形状変更の判断を行うことは困難であるので、材料のグレード変更によって対応する場合も少なくない。本来は、成形条件、材料特性の両面の立場からの条件適正化が必要と考えられるが、これまで評価を行うツールがなかった。この提案した成形評価システムにより、実際に実験することなしに金型設計／材料選択における設計指針を得ることが可能である。

2.4.4 考察

本解析法により、実成形のような 3 次元成形においても破断の予測ができ、影響因子を定量的に評価できることから、破断回避方法の指針を得られることが分かった。しかしながら、図 2.21 に示されるように限界張出し高さに関する計算値と解析値の誤差が存在する。実際の成形においては成形 OK か成形 NG のデジタル的な判断となるため、定量的な解析精度が極めて重要である。ここで得られた破断限界予測値では、まだ精度的に不十分であることから、本節において破断限界ひずみの予測と成形過程ひずみの予測の両面から、計算値と実験値の比較を行い、問題点について整理していく。

(1) 破断限界ひずみの予測

今回、破断のクライテリアに用いたS-Rの理論は局所くびれの発生点を予測するものであり、くびれが進展してから破断が発生するまでの材料の伸びが存在し、本質的に破断限界と異なる。実際に破断発生後の測定ひずみと比べてみると、図2.31に示されるようにS-Rによるくびれ限界は破断限界よりもかなり小さい。これはくびれ開始後、破断が発生するまでに進展するひずみ量の差であり、SPCEのように延性の大きい材料ほど差が大きい。このように、S-Rで予測される成形限界ひずみは安全側の評価となり、事前予測手法としては役に立つと思われるが、図2.30に示すようにアルミ合金ではS-Rによる限界値は破断限界よりも大きくなる。これは、アルミの場合は鋼板と違って延性も少なく、くびれの発生と同時に破断を起こすことや、加工硬化指数である n 値の評価方法に起因するものと推察される。 n 値は通常、引張試験における伸び5～15%または10～20%間で評価されるが、 n 値の評価領域と破断領域のひずみ量がかけはなれている。これは n 値がひずみに依存しないことを前提とした評価手法であり、今回用いたアルミ合金についてこのような n 値の評価法が適用できるかは明らかでない。

また、SPCE材は深絞り用鋼板であり板厚方向の異方性である r 値が大きいですが、従来の限界ひずみ予測理論では数値的な取り扱いが煩雑になるため、 r 値の影響が全く考慮されていない。引張試験の伸び El もゲージ長さを大きくした場合の一種の破断限界ひずみ量と考えられるが、伸びと r 値の相関からも明らかなように、破断限界ひずみに及ぼす r 値の影響は大きいと考えられ、 r 値の面内方向性まで含め、塑性異方性を正確に考慮しないと十分な精度の解は望めない。

さらに、図2.25に示されるように、材料が変形していく過程は比例的ではない。このように、変形経路が途中で変化する場合には、破断限界ひずみが異なってくるものが実験などから報告されており⁹⁾、1次変形として引張変形を受けた後に2軸変

形されると破断限界が増大し、逆に、1次変形に2軸変形を受けた後に引張変形されると破断限界が低下することが述べられている。図2.25において、変形経路の変化が最も大きい板幅 $W=100\text{mm}$ では、破断危険部は引張変形を受けた後に2軸変形されると考えられるが、ここでは比例負荷によるFLDで成形限界を評価しているため計算値と実験値との対応において、他の板幅条件に比べ計算値が低い傾向になったと思われる。実際のプレス成形では変形経路が大きく変化することは珍しくない。したがって、CAEシステムに用いる破断評価は変形経路の影響を考慮した評価である必要があるが、従来の破断限界予測では変形経路を考慮したものとなっていない。

(2) 成形過程ひずみの予測

FEMより得られる成形過程のひずみについても十分な結果が得られているとは言えない。ストローク 30mm におけるひずみ分布をスクライブドサークル法より測定し、解析結果と比較してみたものを図2.33~2.35に示す。これより、SPCE材、SUS304材については比較的両者に良い一致を認めることができるが、アルミ合金については解析結果と実験結果にかなり開きがあるように見える。この実験では、ほぼ、ひずみを測定したストロークで破断を生じており、破断部となるひずみのピーク量をFEM解析で予測するのは不可能である。しかし、破断部近傍のひずみの局所化についても、実験結果と解析結果でかなり開きが見られ、解析結果はひずみの局所化があまり起こっていない。このようなFEM解析におけるひずみの局所化については、 n 値の影響が大きいことが考えられるので、ひずみ分布に及ぼす n 値の影響を解析した。図2.36に示されるように、 n 値が小さくなるとひずみが局所化していく様子が見られ、その影響は大きい。アルミ合金では破断限界の考察でも述べたように、ひずみの局所化という大変形域の解析を行うのに n 値を引張試験から評価することに問題がある可能性が示唆された。

FEM解析に使用される材料構成式によってもひずみの局所化現象が大きく異なる

ことが、従来の研究により示されている¹⁰⁾。ひずみの局所化に関しては、通常、変形解析に使用される J2 流れ理論と J2 変形理論で大きく異なることが報告されている¹¹⁾。これらの構成式間のひずみの局所化に与える違いは、ひずみ増分方向の規定が応力増分方向に依存するか否かにある。これによれば、本解析のように J2 流れ則を使用した場合、解析結果はひずみの局所化が実際よりも進まない傾向にある。これは図 2.35 に示されるアルミ材についての解析結果の傾向にあてはまる。しかしながら、構成式における応力増分依存性が実用的な FEM 解析でどの程度、結果に影響するかを調査した結果はないため、本解析に用いた構成式が適当であったかどうかを断定することはできない。もし、ひずみ分布及び最大のひずみの評価に及ぼす構成式の影響が大ききようであれば当然それ考慮する必要がある。本研究では汎用的な板成形 CAE システムの開発を目的としているので、材料が変わっても正しく変形特性を表現できる構成式を用いることがさらに望ましい。FEM 解析結果に及ぼす構成式の影響については今後第 5 章で検討するものとする。

2.5 結 言

本研究で提案した有限要素法の解析結果を用いて破断限界理論により成形限界を評価する手法により、これまで得ることの難しかった3次元変形に関して破断の予測ができることが図2.21や図2.30で示された。また、従来は破断が起きても、その主たる原因をつきとめることが困難であったが、本解析手法により成形性に及ぼす影響因子の定量化が可能である。図2.30で示されたように成形限界高さに及ぼす材料特性の影響や金型形状の影響を定量的に得ることを可能にした。ここでは角筒深絞り成形を例にとりあげて、種々の影響因子を定量化することができた。これにより、3次元板成形問題について最適な条件を事前に知ることができるシステムが可能になり、これは実部品の成形性評価に対しても十分実用になることが期待できる。

しかしながら、システムを構成する要素技術である破断限界ひずみ予測理論、有限要素法解析、材料構成式、材料特性の同定に、まだ問題が多く残されているように思われる。

まず、破断限界ひずみの予測に関し、従来の破断限界ひずみ予測理論を検討した結果、最も評価が高いと思われるStörenらの手法を用いても、理論的局所くびれの条件を即、破断の条件とみなすには、無視できない開きがあることが分かった。この原因として以下のような因子が考えられる。図2.29のようにS-Rによる手法ではSPCEなどの延性の大きい材料を扱うとくびれ発生後の伸びの量が無視できず、実験値よりもかなり小さくなる。逆に、延性が比較的小さいと思われるアルミ合金ではS-Rによる限界ひずみ値が実験値より大きくなった。S-Rによる理論では、平面ひずみ変形における限界ひずみは n 値に一致するが、その変形領域でも計算値と実験値の傾向は同様であることから、これは、引張試験により評価された n 値の妥当性に関する検討と n 値以外のパラメータの必要性を示すものである。また、破断限界ひずみに及ぼす r 値や変形経路の影響が考慮されていないことが問題点である。

次に、FEM解析を用いた成形過程のひずみの予測について述べる。この解析では、ひずみの局所化現象を精度良く求めることが最も重要であるが、本解析によって図2.36に見られるように局所化の程度には n 値の影響が大きいことが明らかとなった。FEM解析に用いられる n 値は引張試験における一様伸び範囲のひずみ領域から決定されているが、材料によってはひずみ分布の予測において十分な精度とは言い難い。これは局所変形が起こるようなひずみ領域は引張試験の一様伸びまでの領域をはるかに越えるものであり、 n 値がひずみに依存する場合は、 n 値の決定法について十分な検討が必要であると思われる。また、FEM解析ではひずみの局所化に及ぼす材料構成式の影響が大きいことから報告されており、使用する構成式についても検討が必要である。現在使用している材料構成式はHillの異方性降伏条件式を用いた流れ理論を用いているが、解析から得られるひずみ分布の予測精度が材料によりばらつきがあることが分かった。成形限界高さの予測等について汎用的かつ高精度な結果を得られるシステムを確立するためには、材種に依らず、局部変形特性を厳密に反映できる構成式を有限要素法プログラムに導入する必要があると考えられる。

本研究では、本章で骨格が得られた実部品の成形性定量評価システムに関し、さらなる精度向上と適用材料の拡大を目的として、破断限界ひずみ予測と成形過程ひずみ予測という2つのシミュレーション技術について材料モデルの改善を考えていく。本論3章で、双方の問題の解決に重要な因子となる塑性構成式についての検討を行い、本論4章では破断限界ひずみの予測技術の改善、本論5章で成形過程ひずみの予測技術の改善について提案する。

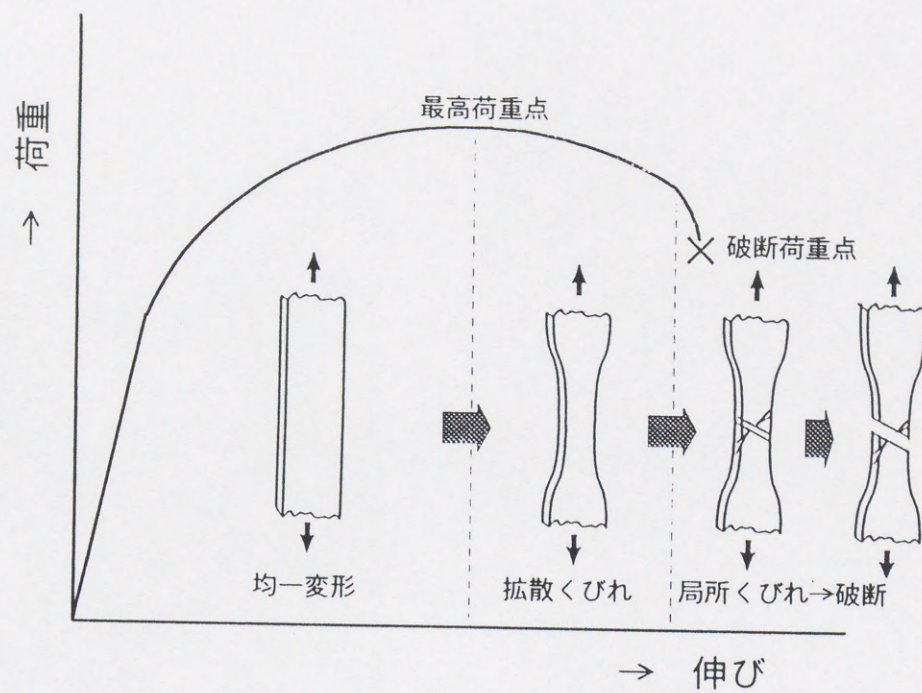


図2.1 引張試験における破断現象

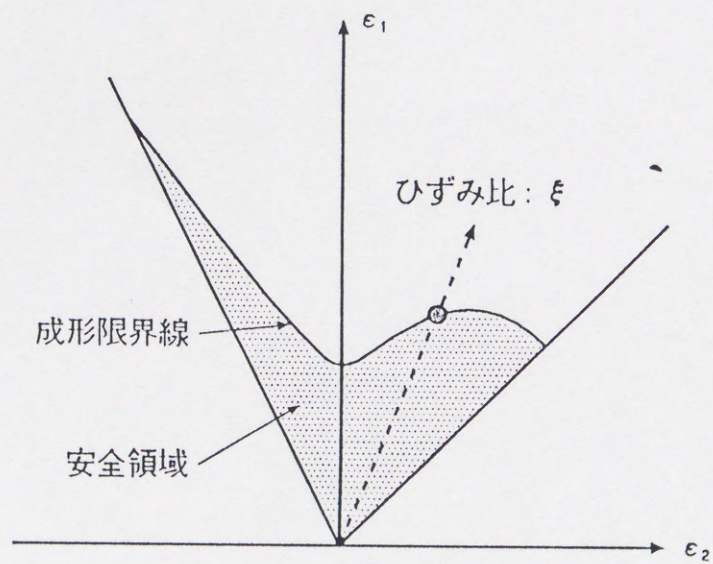


図2.2 破断限界線図 (FLD) の概念

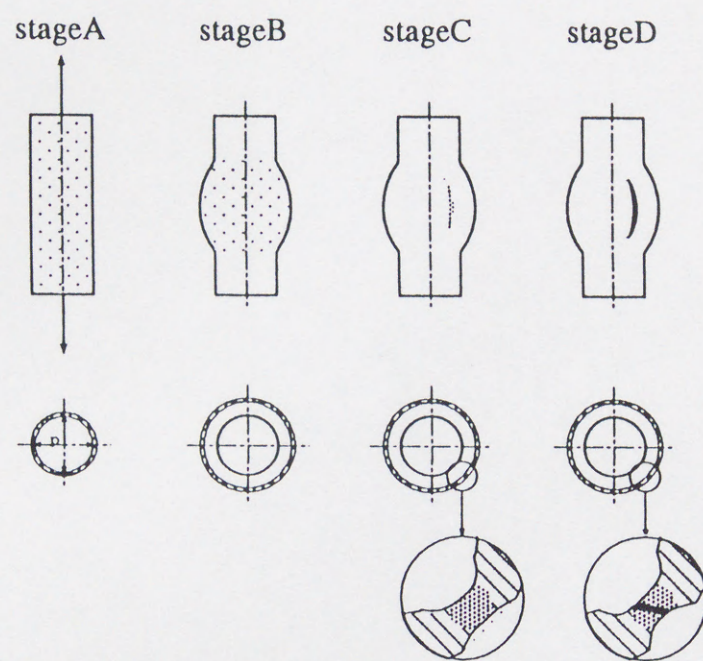


図 2.3 円管における局所変形モード⁴⁾

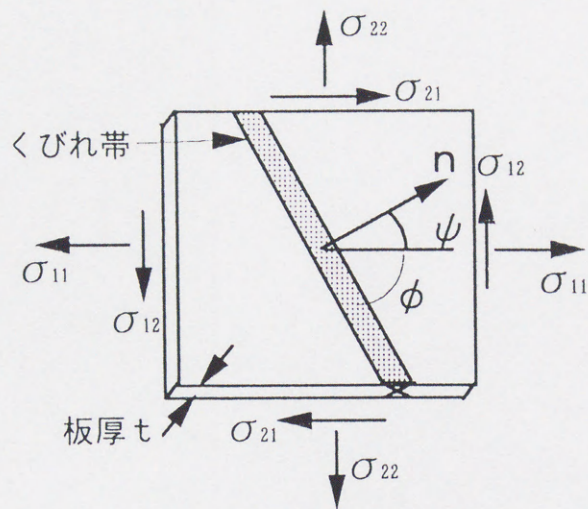


図2.4 局所くびれモデル

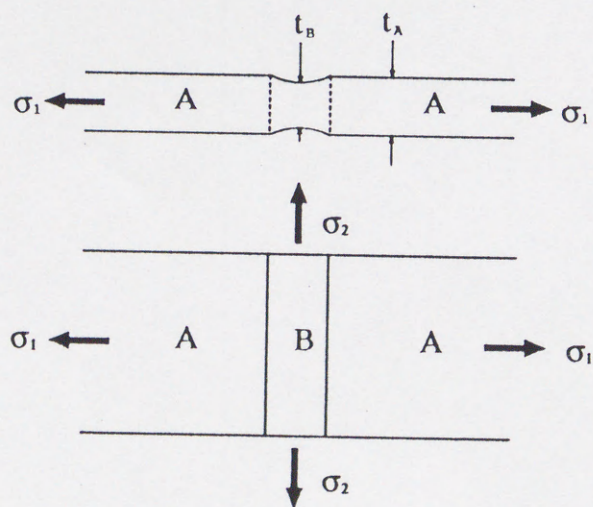


図2.5 M-K の理論モデル⁶⁾

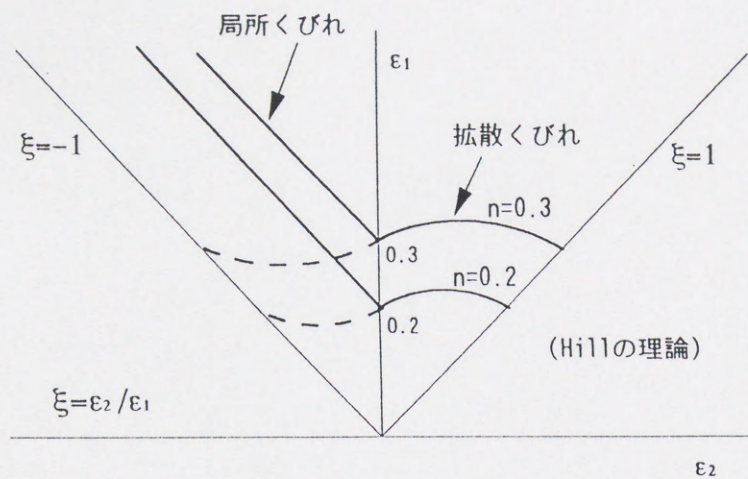


図2.6 拡散くびれと局所くびれの組み合わせによるFLD⁵⁾

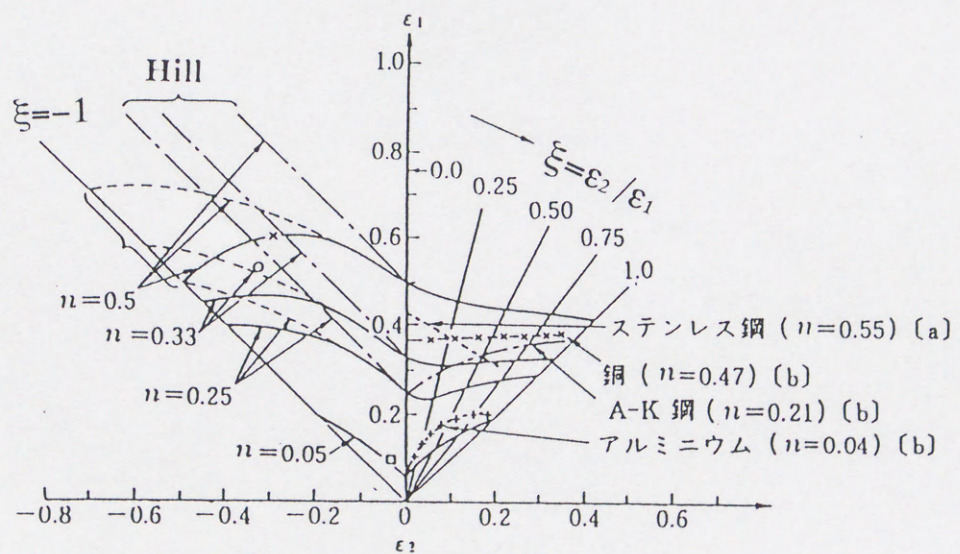


図2.7 S-RとHillによる局所くびれ限界⁷⁾

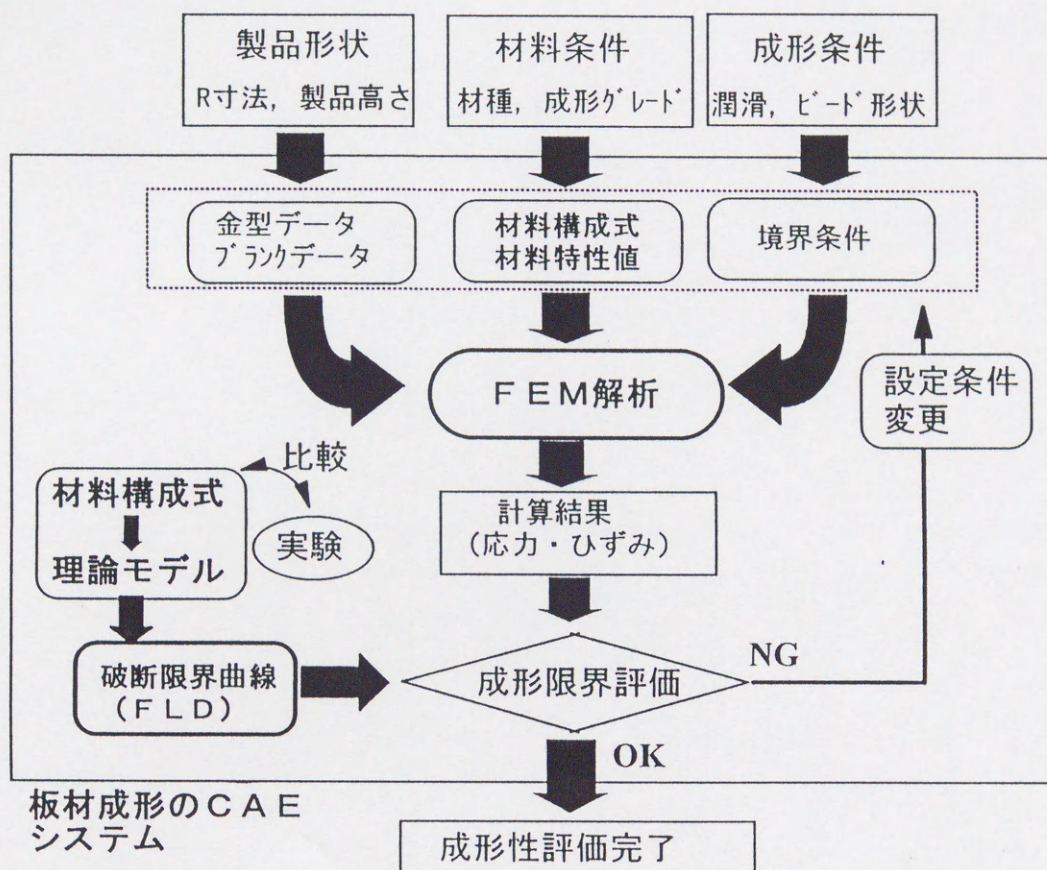


図2.8 成形評価システムの概念

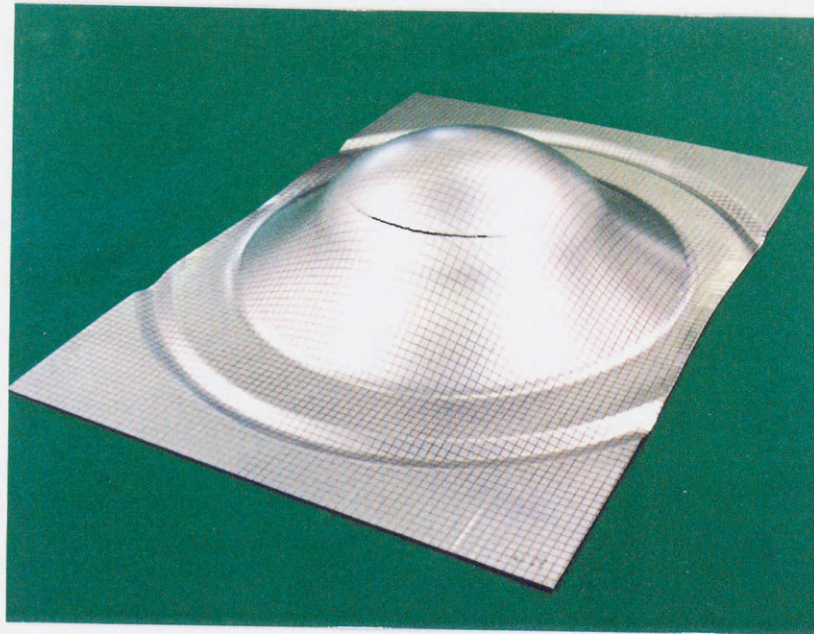


図2.9 球頭張出し成形における破断

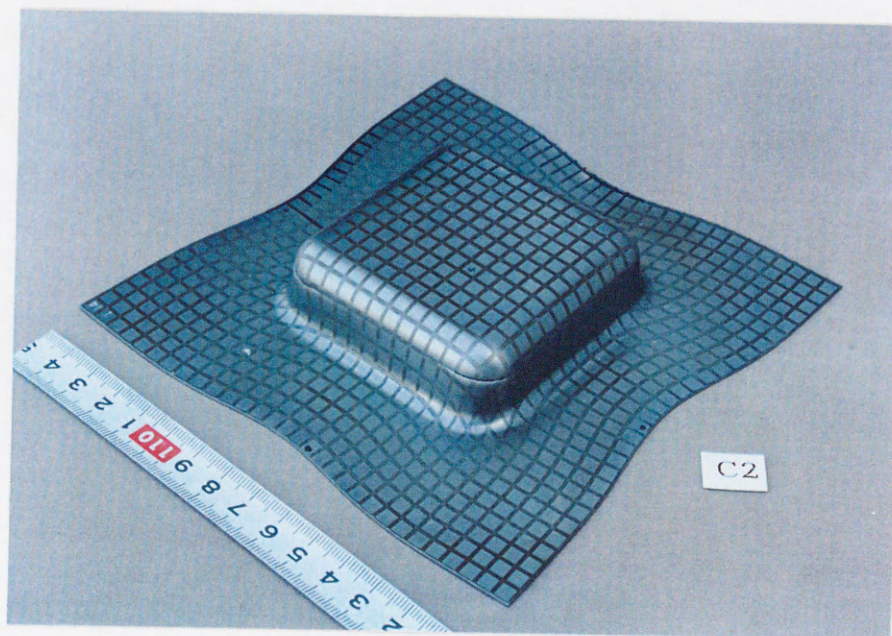


図2.10 角筒深絞り成形における破断 (α 破断)

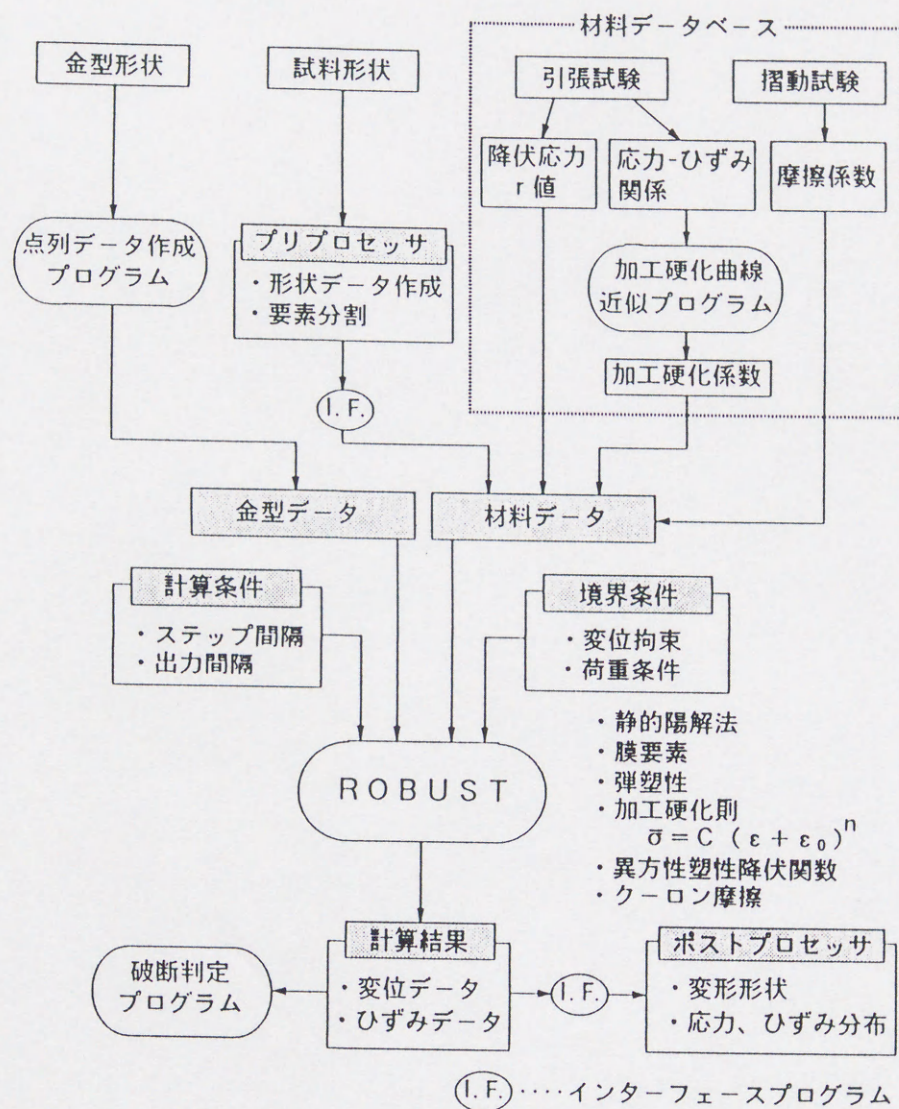


図2.11 解析の流れ図

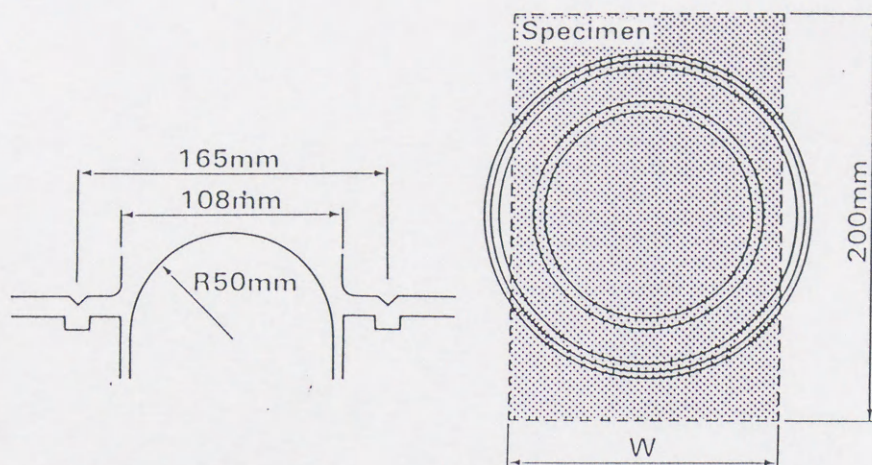


図2.12 球頭張出し成形の工具及びブランク形状

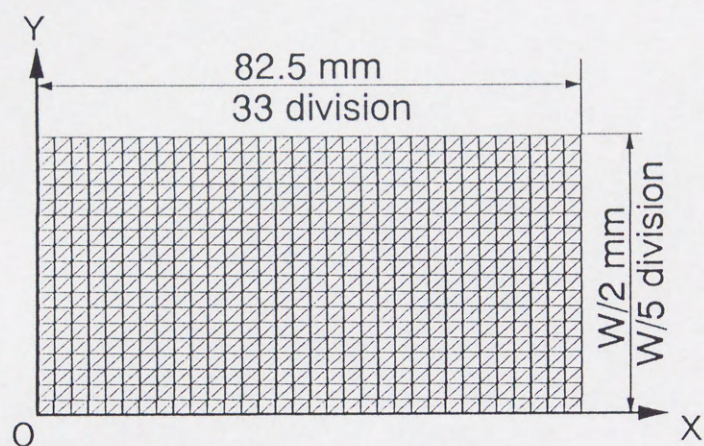


図2.13 ブランクの要素分割

表2.1 各板幅条件における要素分割条件

板幅 W /mm	要素数	節点数
80	1056	578
100	1320	714
120	1548	850
130	1716	918
140	1848	986

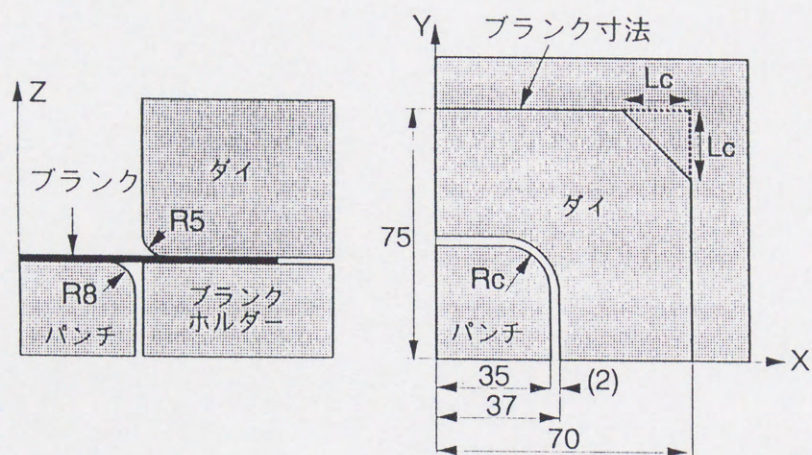


図2.14 角筒深絞り成形の工具及びブランク形状

表2.2 角筒深絞り成形の解析条件

項目	入力値または内容 (下線は基準条件)
材種	SPCC(F), <u>SPCE(G)</u> , SPCE-N(H)
BHF	19.6, <u>29.4</u> , 39.2, 49.0
ブランクコーナー カット量 (L_C)	<u>0</u> , 20, 40mm
パンチコーナー R (R_C)	<u>10</u> , 15mm
n* 値	0.20, <u>0.25</u> , 0.30
r 値	1.2, <u>1.7</u> , 2.2
摩擦係数	0.07, <u>0.13</u> , 0.20

表2.3 解析に用いた材料の機械特性値

記号	材 種	板厚 /mm	E /GPa	YS /MPa	TS /MPa	T-EL %	n 値 5-15 %	\bar{r} 値 15 %
A	軟鋼 SPCE	1.0	206	173	318	48.6	0.250	1.78
B	残留 γ 型ハイテン	1.0	206	399	615	35.0	0.244	0.86
C	析出強化型ハイテン	1.0	206	432	564	27.5	0.172	0.88
D	5000系アルミ合金	1.0	70	121	261	31.9	0.330	0.76
E	ステンレス SUS304	1.0	193	299	674	56.0	0.353	1.01
F	軟鋼 SPCC	0.8	206	279	363	41.6	0.221	0.99
G	軟鋼 SPCE	0.8	206	169	318	43.3	0.241	1.76
H	軟鋼 SPCEN	0.8	206	126	276	54.0	0.296	2.41

引張試験片 JIS5 号 (r 値のみ JIS13 号), 引張速度 10mm/min

表2.4 解析に用いた加工硬化係数値と摩擦係数

記号	材 種	K /MPa	ε_0	n^* 値	摩擦係数 μ
A	軟鋼 SPCE	582	0.0067	0.258	0.132
B	残留 γ 型ハイテン	1171	0.0158	0.285	0.132
C	析出強化型ハイテン	943	0.0017	0.184	0.133
D	5000系アルミ合金	417	0.0096	0.345	0.130
E	ステンレス SUS304	1269	0.0720	0.615	0.092
F	軟鋼 SPCC	645	0.0093	0.238	0.130
G	軟鋼 SPCE	586	0.0078	0.249	0.130
H	軟鋼 SPCEN	522	0.0012	0.287	0.130

加工硬化式： $\bar{\sigma} = K(\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^{n^*}$

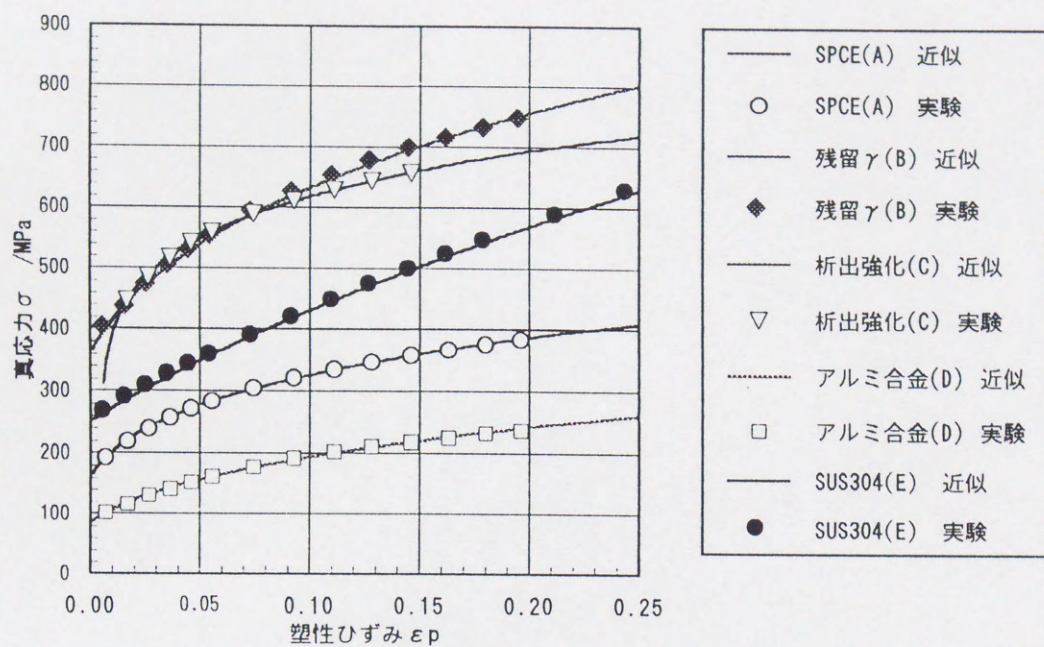


図2.15 応力-ひずみ関係の近似曲線 (A,B,C,D,E 材)

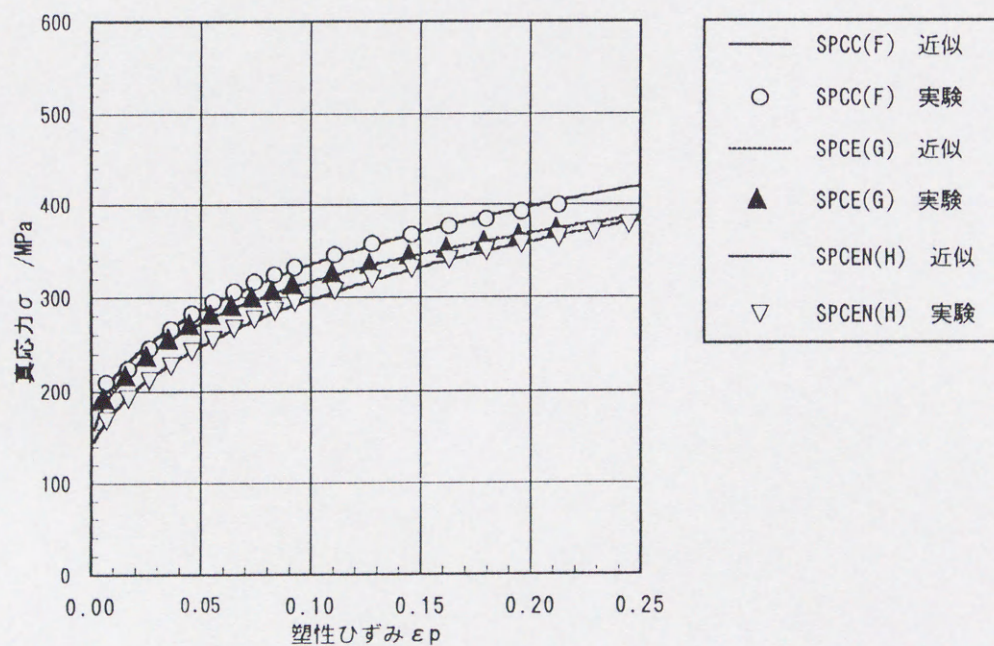


図2.16 応力-ひずみ関係の近似曲線 (F,G,H 材)

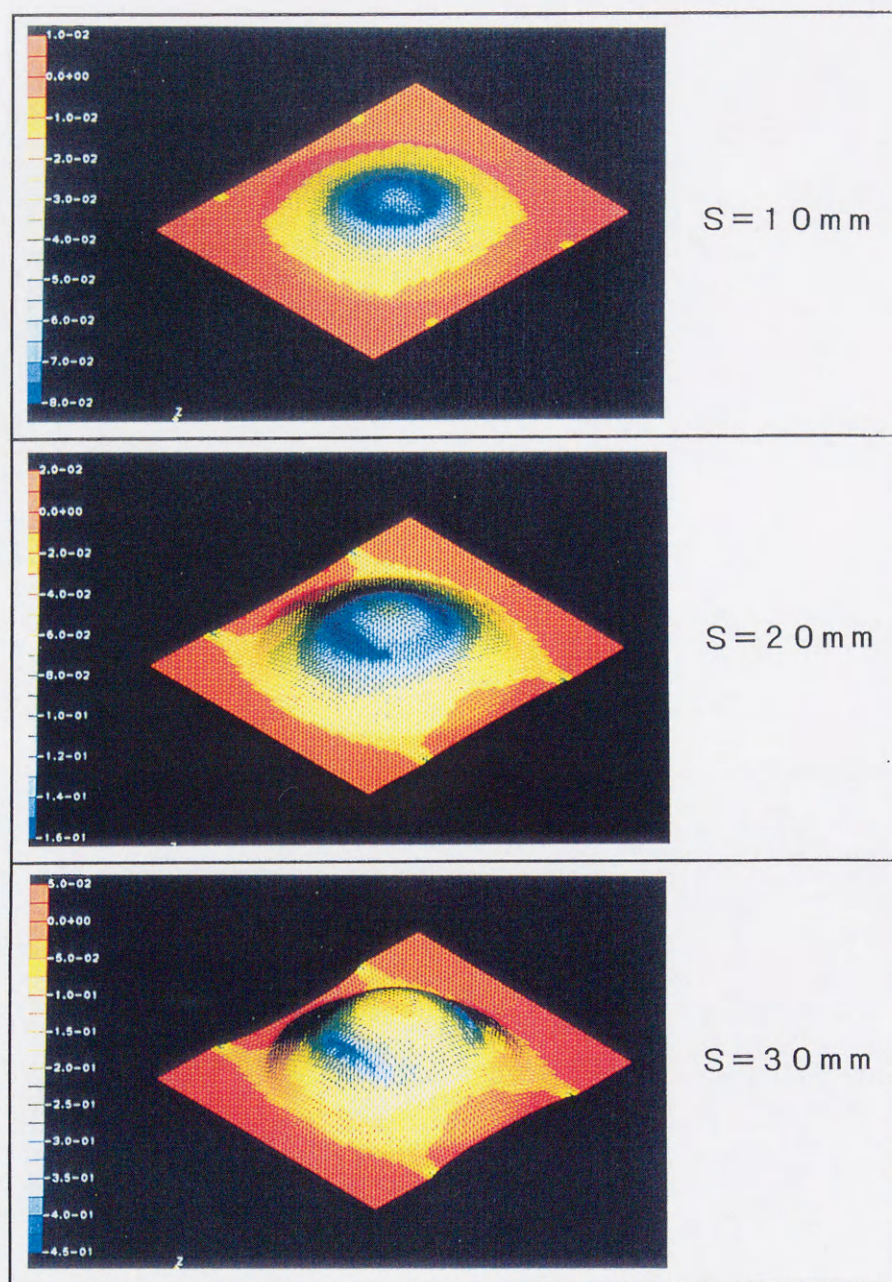


図2.17 FEM 解析による球頭張出し成形の板厚ひずみ分布の推移

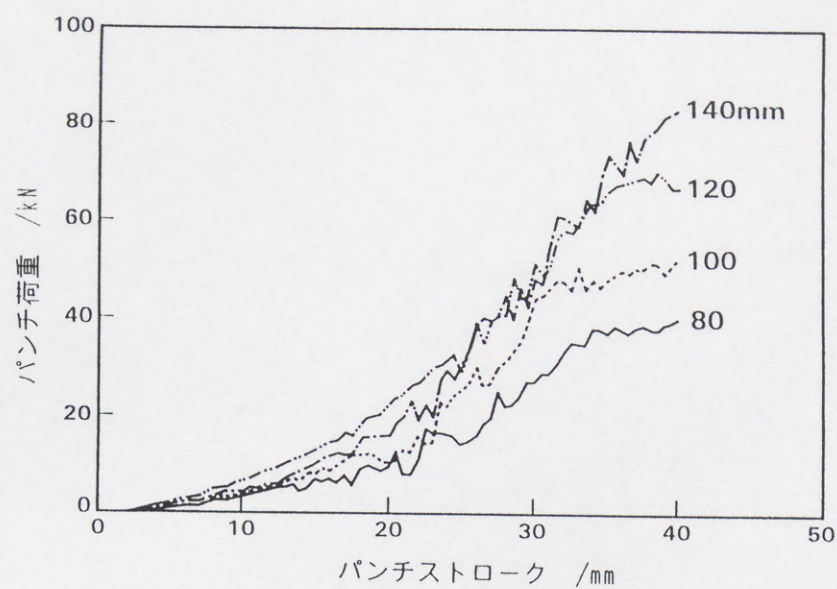


図2.18 パンチストローク-荷重線図(A材)

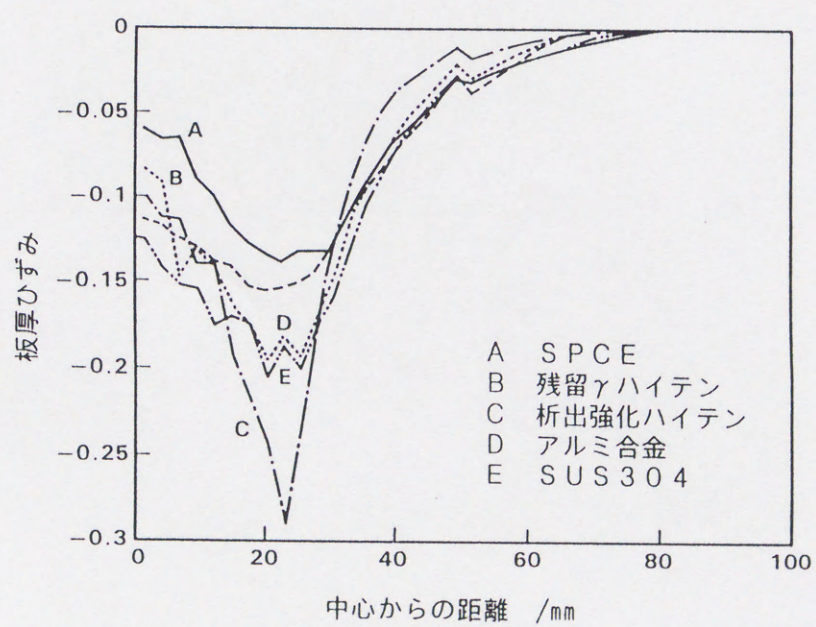


図2.19 各材種の板厚ひずみ分布(板幅140mm, 成形高さ25mm)

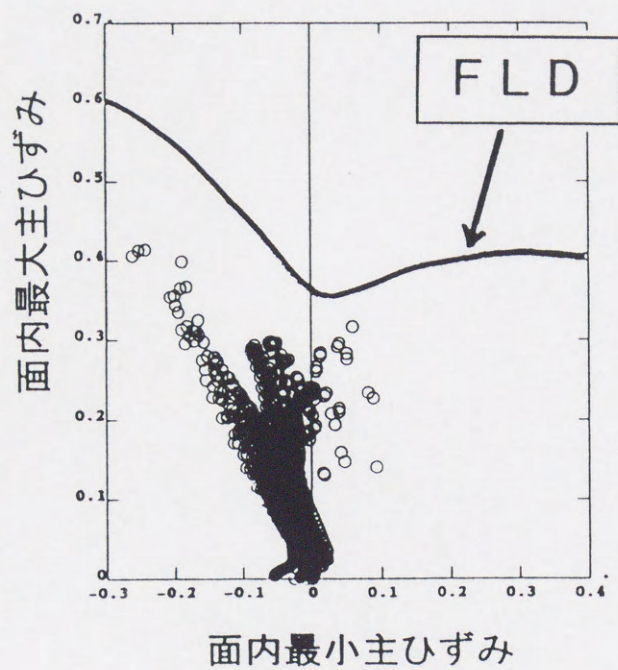


図2.20 破断判定法

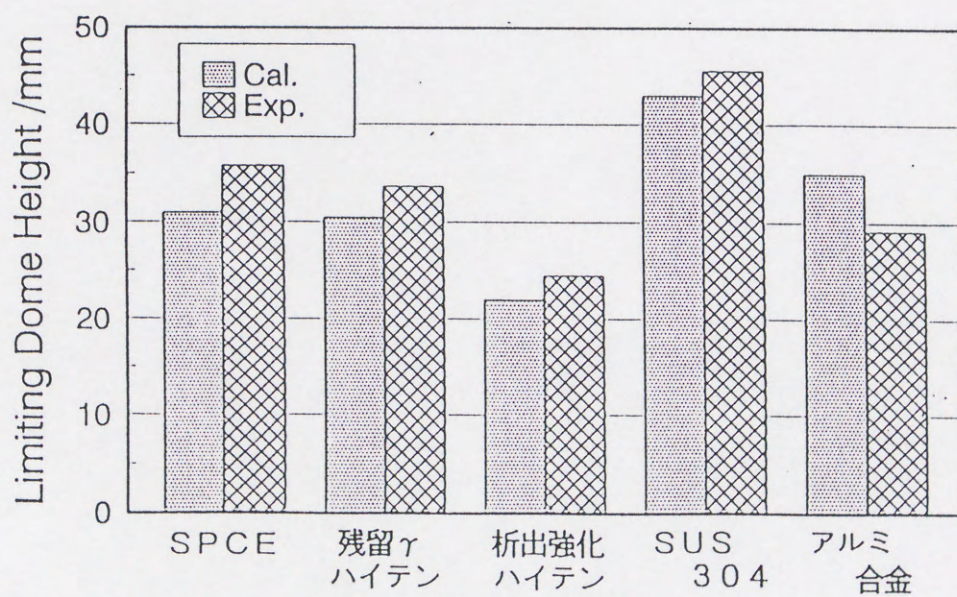


図2.21 各材種における限界張出し高さの予測

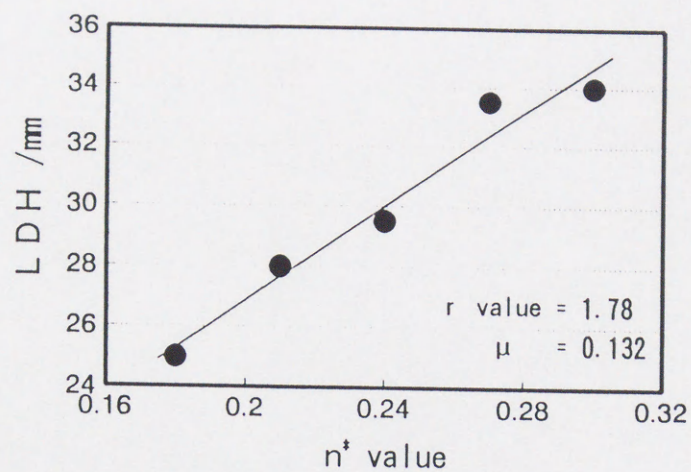


図2.22 限界張出し高さに及ぼす n^* 値の影響

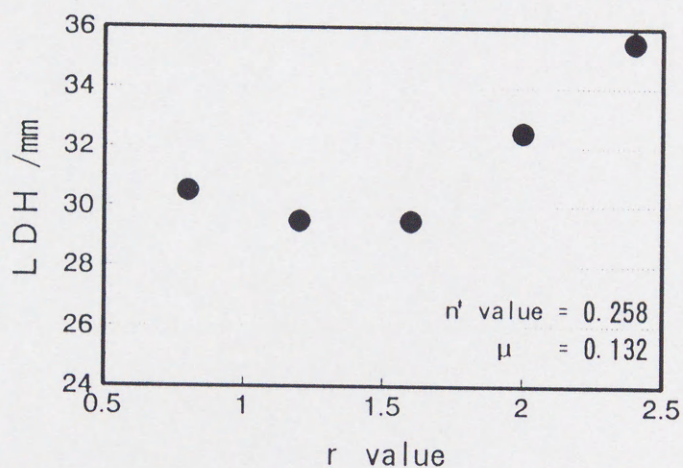


図2.23 限界張出し高さに及ぼす r 値の影響

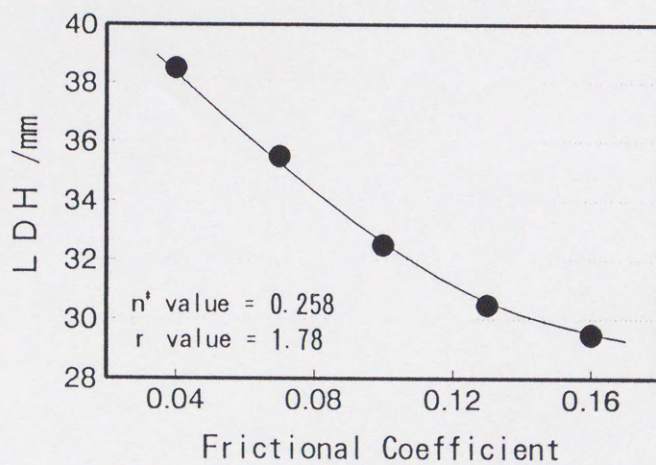


図2.24 限界張出し高さに及ぼす摩擦係数の影響

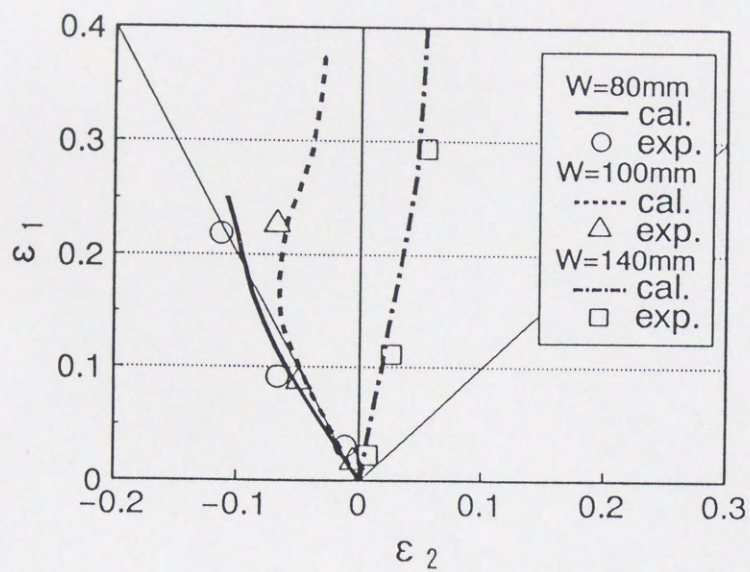


図 2.25 変形経路に及ぼす板幅の影響

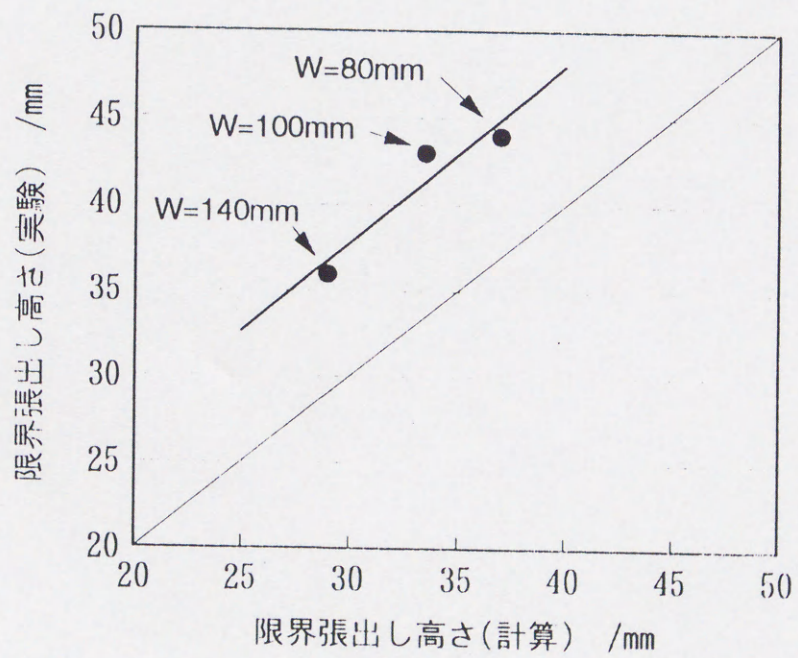


図 2.26 限界張出し高さに及ぼす板幅の影響
(解析値と実験値の比較)

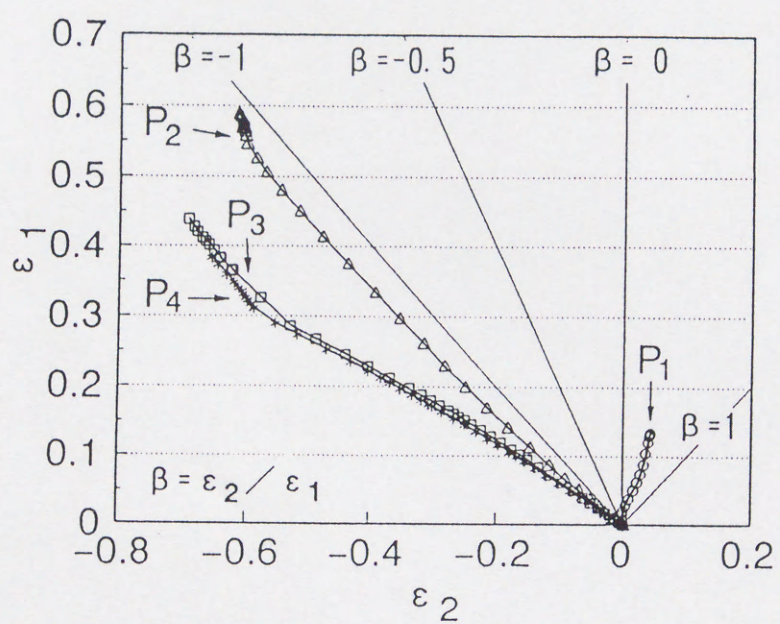
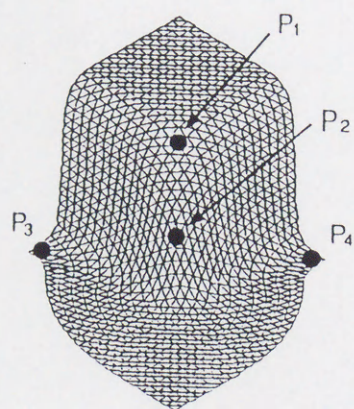


図2.27 角筒深絞り成形における変形経路

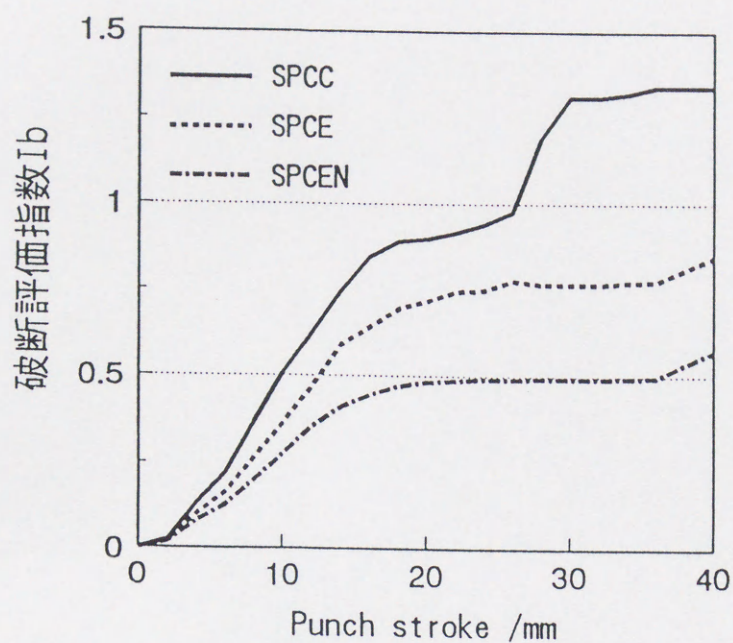


図2.28 破断評価指数に及ぼす材料グレードの影響

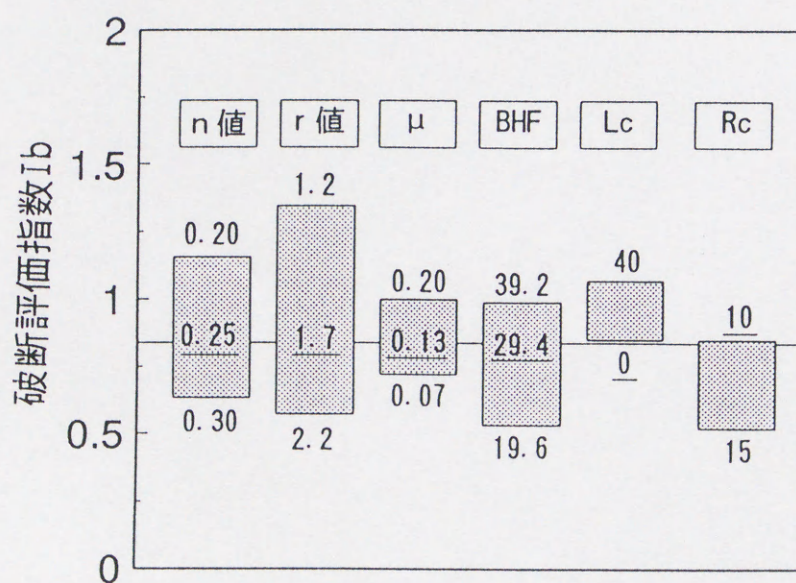


図2.29 破断評価指数に及ぼす材料特性・成形条件の影響

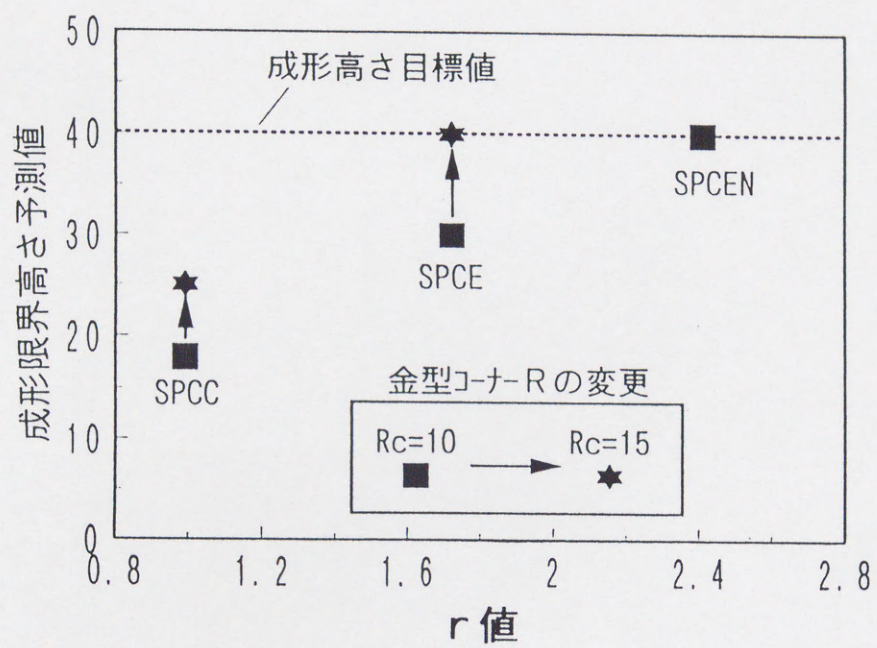


図2.30 成形限界高さの予測値に及ぼす金型形状の影響

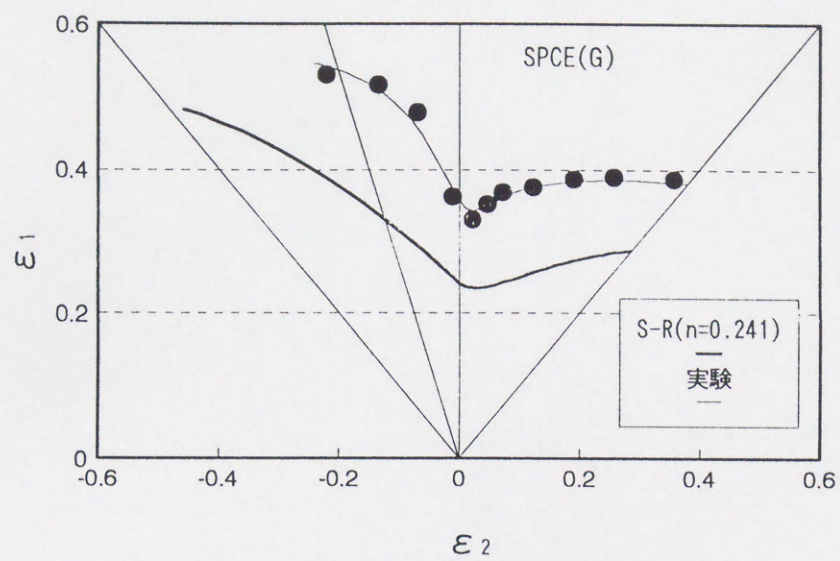


図2.31 S-Rによる局所くびれ限界とFLD実験の比較(SPCE)

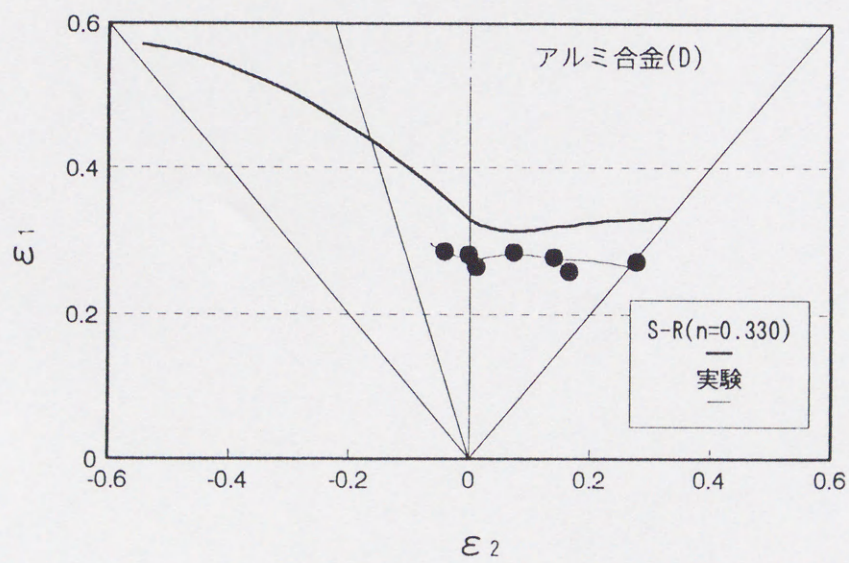


図2.32 S-Rによる局所くびれ限界とFLD実験の比較(5000系Al)

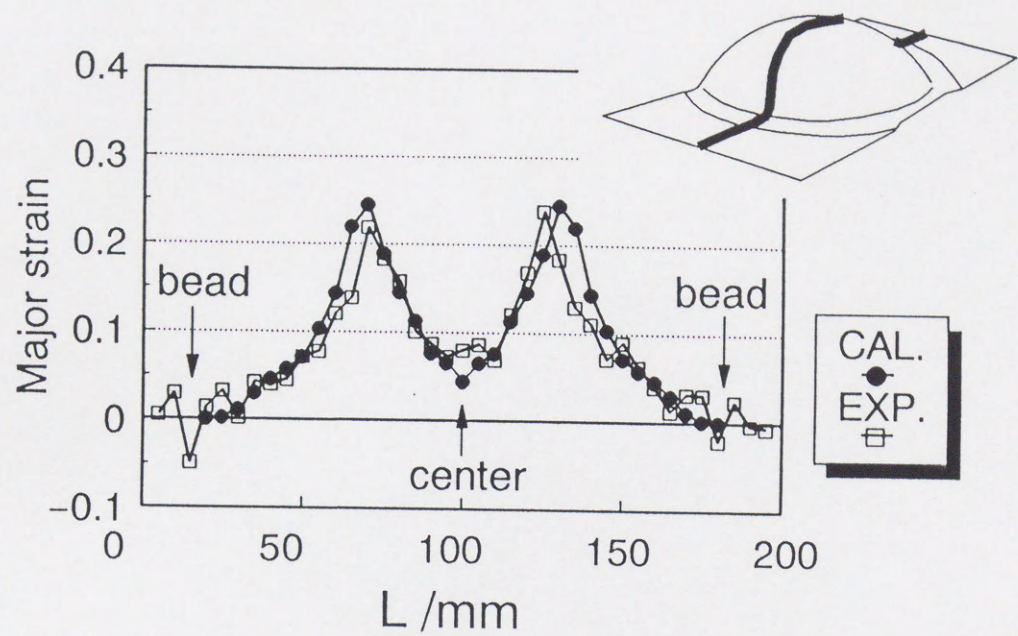


図2.33 面内最大主ひずみ分布 (SPCE材, W=140mm)

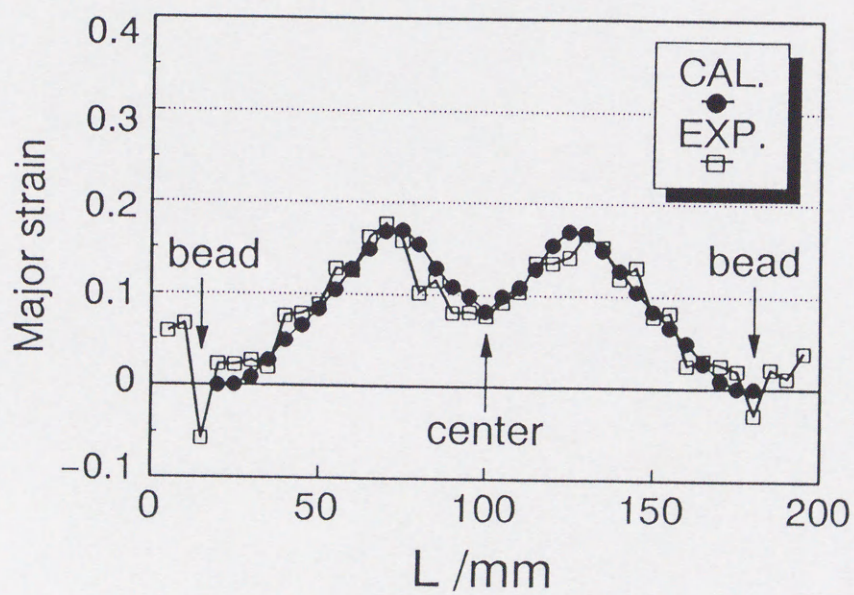


図2.34 面内最大主ひずみ分布 (SUS304材, W=140mm)

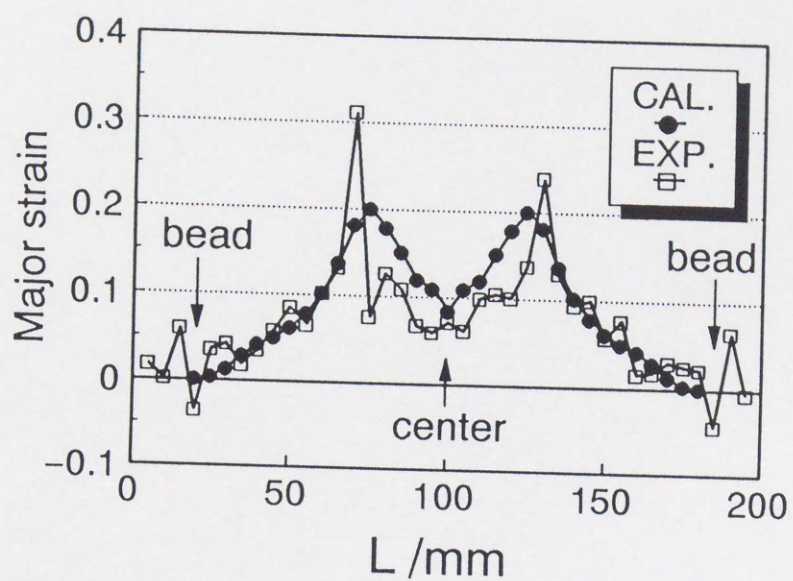


図2.35 面内最大主ひずみ分布 (アルミ合金, $W=140\text{mm}$)

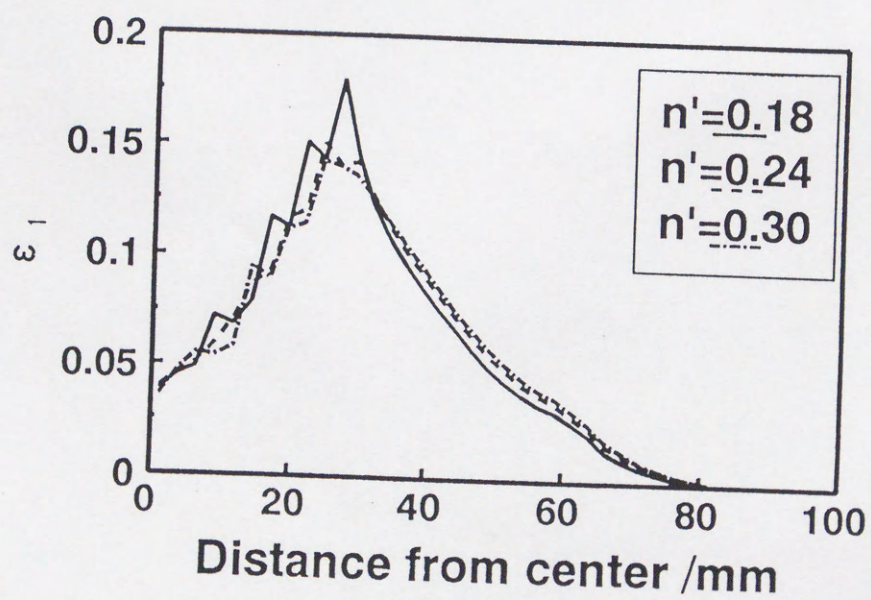


図2.36 FEM によるひずみ分布解析結果に及ぼす n' 値の影響

第 3 章 板材の成形性評価のための構成式

3.1 緒 言

塑性構成式は塑性を示す材料に固有な応答特性を幾何学的量と力学的量の関係として数式で表わしたものであり、塑性変形理論の中で重要な役割を果たしている。古来より数多くの研究が積み重ねられてきており、Hencky の構成式、Levy-Mises の構成式、Prandtl-Reuss の構成式などが提案された。塑性変形の非可逆性から、応力とひずみを対応させた全ひずみ理論に基づく Hencky の構成式よりも、応力と塑性ひずみ増分を対応させているひずみ増分理論に基づく Prandtl-Reuss の構成式の方が塑性変形解析には適していると考えられてきた。しかし、薄板構造の座屈や薄板成形における局所くびれ等の塑性不安定問題については、Prandtl-Reuss 則を用いた解析結果が実験値と著しく異なり、Hencky の変形論増分則を適用した結果がより現実に近い結果をもたらすことが Stowell¹²⁾らによって報告されており、これは塑性力学のパラドックスと呼ばれてきた¹³⁾。板の解析においても、第2章で述べた Hill の局所くびれ解析では Levy-Mises 則を用いているが、張出し領域における解が存在しないため、Marciniak らによる手法の方が実用に供されてきた。この理由としては、Levy-Mises 則が元来、偏差応力テンソルと塑性ひずみ増分テンソル間の関係式として定式化されたものであり、応力増分と塑性ひずみ増分間のテンソル的な関係が含まれていないことが挙げられる。すなわち、塑性ひずみ増分の方法は、現在の応力状

態によって一義的に定まってしまう、後続の応力増分方向には全く依存しない。そのため座屈やくびれのような分岐現象のように、応力の方向が急激に変化してしまう変形の解析には適しないことになる。この欠点を改善する目的で Christoffersen-Hutchinson¹⁴⁾や後藤¹⁵⁾¹⁶⁾は降伏曲面にとがり点の存在を認め、塑性ひずみ増分と応力増分の間に1対1対応のある構成式を提案している。また、伊藤-呉屋¹⁷⁾らは、全く別の観点から、同様に塑性ひずみ増分の応力増分依存性を取り入れた構成式を提案している。本研究では、まず、板材のプレス変形過程を有限要素法を用いてひずみ増分的に解析し、その結果を用いて局所くびれ発生という塑性不安定解析を行う手法を提案している。第2章では、FEM解析ではPrandtl-Reussの構成式が、S-Rによる局所くびれ解析にはHenckyの構成式を用いてきた。FEM解析ではひずみの局所化への影響、また、破断限界解析では予測精度への影響という点から使用する塑性構成式は重要であり、本解析システム全体の信頼性に影響するキーキャラクターである。さらに、変形経路の影響などを考慮する場合にはFEM解析と破断限界解析を有機的に連結させた解析を行う必要があるが、解析の一貫性の観点から両方の解析に同じ構成式を用いるべきである。その場合は、一般変形解析と塑性不安定解析の両方について精度の良い解を得られる構成式を用いる必要がある。伊藤-呉屋による構成式は滑らかな降伏曲面の存在を前提とし、J2-流れ則からJ2-角点則への自然な拡張を示しており、一般変形解析と塑性不安定解析の両方を扱う本研究に適用するには最適な様に思われる。しかし、提案されている構成式は等方性に関する一般形が与えられているのみであり、板成形に用いるために必要となる塑性異方性の考慮や分岐解析に適用するための形式などについては殆ど述べられていない。本章では、従来の構成式の内容や問題点について整理した後に、採用する構成式を本研究に適用するために改良を加え、新たな定式化を行う。

3.2 降伏条件式

降伏（弾性から塑性への推移）は常に明確に生じるとは限らず，理想化して，ある条件が満たされたとき，突然生じるものとする。単軸応力状態では，作用している応力が材料の降伏応力に達したときに降伏が始まる。しかし，一般的な三軸応力状態の場合は如何なる時に降伏するか，単純明解な問題ではない。このような場合に対し，降伏が開始する条件を定めた応力状態に関する規定条件を降伏条件 (yield criterion) と呼ぶ。

3.2.1 Mises の等方性降伏条件

降伏条件は応力状態に関する規定条件であると同時に物性の一つの現れであるので，設定する座標系の方向には依存しない。さらに，等方性の場合には，どの応力成分の寄与の仕方も対等のはずである。降伏の発現は静水圧応力に依存しないので，降伏条件の最も簡潔な形は

$$f = cI_2' - Y^2 = 0 \quad (3.1)$$

$$I_2' = \frac{1}{2}(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2) = \frac{1}{2}\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' \quad (3.2)$$

である。ここに， c は定数， I_2' は偏差応力に関する第2不変量， Y は単軸引張での降伏点である。単軸引張に対して上式が単軸応力の降伏条件になるように定数 c を $c=3$ とする。結局，最も簡潔な初期降伏条件として次式を得る。

$$\begin{aligned} Y = \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{ij}'\sigma_{ij}')^{1/2}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)^{1/2}} \\ &= \left[\frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで $\bar{\sigma}$ は多軸状態での応力を，等価な単軸応力に相当させたものであり，相当応力 $(\bar{\sigma})$ と呼ばれる．降伏現象が上記の条件に従う材料を，Mises材と呼ぶ．一般には，Mises材として扱ってよい材料が多く，あるいは精度的要請がMisesの条件で十分とする場合が多い．

3.2.2 Hillの2次異方性降伏条件

鋼板に代表される金属薄板材は圧延工程を経て製造されており，図3.1に示すような板材の切り出し方向によって引張試験値が異なるといった塑性異方性が存在する．異方性を考慮した解析を行う場合は，先程のMisesの条件（等方性）の適用では不十分である，式(3.4)に示すHillの2次異方性降伏条件式等が用いられる．

$$f = (G + H)\sigma_x^2 + (H + F)\sigma_y^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + 2N\tau_{xy}^2 = 2\bar{\sigma}^2 \quad (3.4)$$

ここで， F, G, H, N は異方性パラメータである．ただし， F, G, H, N のうち一つは任意に決定できるので，独立な値は3つである．降伏関数は塑性ポテンシャルでもあるので，そこに含まれる異方性パラメータは塑性ひずみ増分方向とも関連する．そこで3つの独立な方向の単軸引張試験による r 値の測定からパラメータを決定する方法が一般的に用いられている．圧延方向(0°)，圧延直角方向(90°)，および 45° 方向の引張試験により得られる r 値から，次のように決定できる．

$$F = \frac{1}{r_{90}}, G = \frac{1}{r_0}, N = (r_{45} + \frac{1}{2}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_{90}} \right), H = 1 \quad (3.5)$$

Hillの2次異方性降伏条件式は，異方性パラメータを引張試験のみで決定できるため簡便であり，現在でも広く使われている．しかし， 45° 方向は異方性主軸ではないので引張試験においてもせん断ひずみが生じるという問題点がある．また，圧延方向から角度 θ 方向に引張試験した場合の降伏応力は

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}(F + G + H)\bar{\sigma}^2}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta + H + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \theta \cos^2 \theta}} \quad (3.6)$$

で表すことができる。図3.2は表3.1に示すような r 値と降伏応力の異方性を持つ材料について、Hillの2次異方性降伏関数より求められる r 値と降伏応力の面内分布を示したものである。異方性のパラメータは上記の決定法に従い、 r_0, r_{45}, r_{90} から求めているため、 r 値の面内分布については良い一致を見られるが、降伏応力の分布は異方性の度合いが大きくなってしまい、実験との対応はあまり良くない。このように、Hillの2次異方性降伏関数では実際に存在する変形と強度の異方性を、同時には正確に表現できず、これが大きな問題点である。

3.2.3 その他の異方性降伏関数

板成形の分野では、 r 値(板厚方向異方性)を考慮した取り扱いが重要であるが、第1次近似的には面内方向の r 値の平均である \bar{r} 値を異方性パラメータとする場合が多い。そのときHillの直交異方性降伏関数は

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_x^2 - \frac{2\bar{r}}{1+\bar{r}}\sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2} \quad (3.7)$$

となる。これから吉田による X 値¹⁸⁾は

$$X = \frac{\sigma_Y(\text{bi-axial})}{\sigma_Y(\text{uni-axial})} = \sqrt{1 + \bar{r}^2} \quad (3.8)$$

と評価されるので $\bar{r} > 1$ なら $X > 1$ である。Hillの異方性降伏関数はその簡便性から成形解析の利用実績において、現在でもゆるぎない地位を占めているが、 $\bar{r} > 1$ で $X < 1$ なるAnomalyを示す材料の存在はこれを否定している。この問題点が見出されたことを契機として、これを改善する目的の異方性降伏関数がいくつか提案されている。

1. Hosford¹⁹⁾ & Hill²⁰⁾の異方性降伏条件

$$f(\sigma)^m = F|\sigma_y - \sigma_z|^m + G|\sigma_z - \sigma_x|^m + H|\sigma_x - \sigma_y|^m + A|\sigma'_x|^m + B|\sigma'_y|^m + C|\sigma'_z|^m \quad (3.9)$$

はじめに Hosford が $A=B=C=0$ の形式を提案し、後に Hill が上の形式に一般化した。特徴は、指数 m が一般に非整数を含むパラメータであり、上の表現は非多項式となることである。従って、2次形式の降伏関数よりパラメータが一つ多い。面内等方の場合の X 値は

$$X = \frac{1}{2}[2(1 + \bar{r})]^{1/m} \quad (3.10)$$

となり、指数 m を適切に選ぶことにより Anomalous な材料を表現できる。Hosford は Taylor model による多結晶モデルシミュレーションの結果から m を決定する試みを行っている。この表現は応力の主軸が異方性の主軸と一致している場合であり、一般の負荷状態へは、どの様に変換されるか見通しがたたない。従って、異方性パラメータを決定する方法が見つからない。

2. Barlat の異方性降伏条件²¹⁾

$$f = a|K_1 - K_2|^M + a|K_1 + K_2|^M + (2 - a)|2K_2|^M \quad (3.11)$$

$$K_1 = \frac{\sigma_x + h\sigma_y}{2}, K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - h\sigma_y}{2}\right)^2 + p^2\tau_{xy}^2} \quad (3.12)$$

本質的には Hosford & Hill の Model であるが異方性主軸と応力主軸が一致しない場合への拡張がなされている。2次降伏関数と比べて、指数 M が材料パラメータに加わる。むしろ $M=2$ と選べば2次降伏関数に一致する。指数 M の値は大きくなるほど、降伏曲面の形状がトレスカ型に近づく傾向を持っている。ここで与えられている異方性パラメータ a, h, p は、等方性の場合

$$a = h = p = 1 \quad (3.13)$$

である。また、圧延方向から $0^\circ 45^\circ 90^\circ$ 方向の単軸引張試験の r 値を用いて

$$a = 2 - 2\sqrt{\frac{r_0 r_{90}}{(1 + r_0)(1 + r_{90})}}, h = \sqrt{\frac{r_0(1 + r_{90})}{r_{90}(1 + r_0)}} \quad (3.14)$$

が陽に決定でき p についても式は複雑になるが, a, h が先に定まっていると, r_{45} のみで決定できる. 圧延方向から θ 方向の r 値は一般に次式で与えられる.

$$r_{\theta} = \frac{2M\bar{\sigma}^M}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}\sigma\right)} \quad (3.15)$$

Hill の 2 次降伏関数における問題点は, そのまま Barlat Model にもあてはまる. すなわち, 応力の異方性と変形の異方性を両立させられるかどうかということである. ただ, Hill Model よりパラメータが一つ多い (M) だけ, 適合精度が上がる可能性はある. M の影響は r 値の方位分布から決定し, それから予測される降伏応力の方位分布が実測値と最もよく適合する方向に選ぶことである程度の改善にはなるが, 本質的な問題点は依然として残る.

3. 後藤の 4 次異方性降伏条件²²⁾

後藤は多項式表現という前提で降伏関数の次数を 4 次にあげて異方性パラメータの数を増やしてやることで, 精度をあげている.

$$f = A_1\sigma_x^4 + A_2\sigma_x^3\sigma_y + A_3\sigma_x^2\sigma_y^2 + A_4\sigma_x\sigma_y^3 + A_5\sigma_y^4 \\ + (A_6\sigma_x^2 + A_7\sigma_x\sigma_y + A_8\sigma_y^2)\tau_{xy}^2 + A_9\tau_{xy}^4 \quad (3.16)$$

これは平面応力の場合の表現であるが, Hill の 2 次関数よりパラメータが 5 個多い 8 個ある. その決定方法は後藤の論文に詳しいが, r 値と降伏応力の両者の測定結果を互いに独立に扱っているのが特徴である. 従って, Anormaly への対応, 降伏応力と r 値の面内方位分布の表現を両立させられる. その意味で現在のところ, パラメータの数が多という難点はあるものの, 最も精度良い異方性降伏関数のように思われる. しかし, 一方では法線則 (降伏関数を塑性ポテンシャルとする理論) の限界を示していることにもなる.

3.3 従来の構成式の成形性評価に対する問題点

3.3.1 Prandtl-Reuss の方程式

応力と塑性ひずみ増分を対応させる理論である流れ理論 (flow theory) に基づいており, Mises 材について適用したものを Prandtl-Reuss の方程式という. この式では偏差応力と塑性ひずみ増分の間に

$$d\epsilon = \sigma' d\lambda \quad (3.17)$$

すなわち,

$$\frac{d\epsilon_x^p}{S_x} = \frac{d\epsilon_y^p}{S_y} = \frac{d\epsilon_z^p}{S_z} = \frac{d\gamma_{yz}^p}{\theta_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}^p}{\theta_{zx}} = \frac{d\gamma_{xy}^p}{\theta_{xy}} = d\lambda \quad (3.18)$$

の関係がある. ここで, $d\lambda$ は相当応力 $\bar{\sigma}$, 相当塑性ひずみ $d\bar{\epsilon}^p$ によって定まるスカラー量である.

$$d\lambda = \frac{\sqrt{d\epsilon_x^{p2} + d\epsilon_y^{p2} + d\epsilon_z^{p2} + 2(d\gamma_{yz}^{p2} + d\gamma_{zx}^{p2} + d\gamma_{xy}^{p2})}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + 2(\theta_{yz}^2 + \theta_{zx}^2 + \theta_{xy}^2)}} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}^p}{\bar{\sigma}} \quad (3.19)$$

弾塑性体に対する構成式としては, 除荷及び塑性負荷の基準が明確である Prandtl-Reuss 則が最も合理的であるとされてきた. しかし, その後の計算機並びに数値解析手法の発展により, 複雑な問題の変形解析が高精度で実現可能になると, 構成式に対してもさらに高精度の矛盾のないものが求められるようになってきた. 薄板構造物の座屈や板材成形時における局所くびれ等の塑性不安定問題については, Prandtl-Reuss による解析結果が実験結果と合わずに, Hencky 変形論の増分則の方がより実験値に近い妥当な結果を与えることが, Stowell¹²⁾, 伊藤¹³⁾, らによって報告されている. この理由としては, Prandtl-Reuss 則が元来, 応力 (偏差応力) テンソルと塑性ひずみ増分テンソルとの間の関係として定式化されたものであり, 応力増分と塑性ひずみ増分との間のテンソル的な関係が含まれていないことが挙げられる. つまり塑性ひずみ増分の方法は, 現在の応力状態によって一義的に定まってしまい, 後

続の応力増分の方角には全く無関係である。従って、座屈などの分岐現象のように、応力の方角が急激に変化するような変形をこの構成式で表現しようとする、全ひずみ増分の大部分が弾性変形となり、結果として分岐の発生を抑制してしまうことになる。

3.3.2 Hencky の方程式

Hencky の方程式は全ひずみ理論に基づいており、最終状態での塑性ひずみテンソルと応力テンソルの1対1関係を主張するものであって、不安定現象のようにある変形状態から応力の方角が急激に変わると、全塑性ひずみが最終状態の応力方向に対応するように塑性ひずみ増分の方角も変化することになっている。基本形は次式のように表される。

$$\epsilon^p = \sigma' d\lambda \quad (3.20)$$

すなわち、

$$\frac{\epsilon_x^p}{S_x} = \frac{\epsilon_y^p}{S_y} = \frac{\epsilon_z^p}{S_z} = \frac{\gamma_{yz}^p}{\theta_{yz}} = \frac{\gamma_{zx}^p}{\theta_{zx}} = \frac{\gamma_{xy}^p}{\theta_{xy}} = d\lambda \quad (3.21)$$

この式を増分形にして表すと、

$$\epsilon^p = \sigma' d\lambda + d\sigma' \lambda \quad (3.22)$$

Hencky の方程式の増分形では、塑性ひずみ増分と応力増分の間に1対1の関係を示す形式となり、Prandtl-Reuss 則の欠点を補っている。しかし、これは意図的なものでなく、結果論的なものである。後に Budiansky によって Hencky 変形論が正当化されるための条件が示された。Budiansky は降伏曲面上に角点を導入し、その角点におけるある限られた負荷方向に対しては Hencky 変形論が適用可能であるとした。

3.3.3 Christoffersen-Hutchinson の方程式¹⁴⁾

Hencky の方程式では、降伏曲面の負荷点における尖り点の存在を前提にしたとしても前負荷方向からある範囲内においてのみ成立する関係式である。従って、分岐後の変形などのように比例負荷経路からの隔たりが大きくなるような変形解析には適用できない。Christoffersen-Hutchinson は応力経路が急変する場合の Prandtl-Reuss 則の不備な点を改善する目的で、降伏曲面に角点の存在を認め、塑性ひずみ増分と応力増分の間に 1 対 1 対応のある応力増分依存性を考慮した構成式を独自に提唱してきた。形式的にはポテンシャル論を踏襲しているが、現応力 σ ではなく後続の応力速度 $d\sigma$ の凸関数としての塑性ポテンシャル $W^p(d\sigma)$ を考え

$$d\epsilon^p = \frac{\partial W^p}{\partial d\sigma} \quad (3.23)$$

によって塑性流れ則を定める。 W^p の凸性を仮定することにより $d\sigma$ と $d\epsilon^p$ の 1 対 1 対応を保証する。応力空間での負荷点において負荷面に尖り点が形成されているとして全負荷範囲の $d\sigma$ に対しては線形の流れ則

$$d\epsilon^p = C d\sigma \quad (3.24)$$

が成り立つものとして外側の部分負荷範囲 ($\theta_c \leq \theta \leq \theta_c + \pi/2 = \theta_e$) においては非線形流れ則を許容すると一般に W^p は次のようにおける。

$$W^p(d\sigma) = \frac{1}{2} f(\theta) C d\sigma d\sigma \quad (3.25)$$

$$f(\theta) = \begin{cases} 1 & : 0 \leq \theta \leq \theta_c \quad (\text{全負荷}) \\ \text{凸関数} & : \theta_c \leq \theta \leq \theta_e \quad (\text{部分負荷}) \\ 0 & : \theta \geq \theta_e \quad (\text{弾性除荷}) \end{cases} \quad (3.26)$$

この構成式では、尖り点の方向 λ とその頂角 θ_e 、全負荷範囲 θ_c 及びその領域における構成式 (3.24) の形式については特に定められておらず、任意である。遷移関数 $f(\theta)$ を含め、これら決定することは実験ないし、他の物理モデルでの考察によらな

ければならず、この意味でこれはあくまでも尖り点近傍における塑性変形挙動を記述する一形式を提供したものとみるべきであり、文字通り現象論的コーナ論である。

3.3.4 後藤の方程式¹⁵⁾¹⁶⁾

後藤は数理論的な立場から、厳密なアプローチにより得られた新たな構成式を提案している。結果としてやはり負荷面の尖り点に関連しており不安定、分岐問題で特にその効果が認められることが報告されている。後藤の理論は塑性ひずみテンソルが応力速度テンソルと1対1対応を持つには負荷面における尖り点の存在を認めることが必然的であることを示し、その最終的な表現を以下に提示する。

$$\begin{aligned}
 d\epsilon' &= \frac{d\sigma'}{2G} + \langle P\Theta \rangle \left[\frac{1}{2\sigma_g} \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{H_0} \right) \sigma' d\tilde{\sigma} + \frac{1}{2H_0} d^\circ \sigma' \right] \\
 P(\Theta) &= a + b \cos \Theta, \quad \langle P \rangle = P \cdots P > 0, = 0 \cdots P < 0 \\
 b &= 1 - a, \quad a = h_0/H_0 \\
 3h_0 &= d\sigma_g/d\epsilon_g, \quad H_0 = h_0(1 + 1/\cos \Theta) \\
 d\tilde{\sigma} &= \sqrt{3/2} (tr d\sigma'^2)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

ここで H_0 は瞬間尖り点硬化率であるがそれは尖り点の尖り半頂角 Θ_0 によって比例負荷の硬化曲線こう配 h_0 と関連づけられる。しかし、 Θ_0 のみは数理論的な立場だけでは決定できない。後藤は尖り点の変形と共に成長していくものと考え、

$$\Theta_0 = \pi/2 - \rho\epsilon^2 \tag{3.28}$$

とおいている。ここに ρ は尖り点の成長の程度を示す材料定数となる。提案者自身によるこの構成式を用いた解析例が多数報告されており、塑性不安定問題に対してはわずかな尖りでもその効果は充分大きいことを指摘している。しかし、これらの角点則も弾性除荷域までの間を合理的に記述するために必要である遷移関数の物理的意味が明瞭でない。

3.4 応力増分依存性を考慮した構成式

本研究では、破断という塑性不安定問題を対象としているため、塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p$ と応力増分 $d\sigma$ の間に1対1対応のある構成式を用いる必要がある。必ずしも角点の形成を前提とすることなしに塑性ひずみ増分の応力増分依存性を取り入れた構成式が伊藤-呉屋によって提案されている¹⁷⁾。その表現は滑らかな塑性ポテンシャルの存在を前提とした、J2流れ則からJ2角点則への自然な拡張を示すものである。本研究では伊藤-呉屋によって提案された構成式を異方性に拡張し、異方性構成式を新たに定式化し、さらに破断限界ひずみ予測理論への適用を考えた線形比較体形式への展開を考える。

3.4.1 構成式の形式

塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p$ に対する従来の塑性ポテンシャル論、および偏差応力増分の寄与が次式のような「重みつき平均」として表せるとする。

$$d\epsilon^p = |d\epsilon^p|(K_F \mathbf{n} + K_D \mathbf{l}) \quad (3.29)$$

ここで、 $|d\epsilon^p|$ は塑性ひずみ増分の大きさを意味し、 \mathbf{n} は塑性ポテンシャル面に垂直外向きテンソルで単位の大きさを持ち偏差応力テンソルの向きに一致する。 \mathbf{l} は偏差応力増分の方角を持つテンソルで単位の大きさを持つ。 K_F, K_D はスカラー量で重み係数である。比例負荷における加工硬化係数 H' 、塑性ひずみ増分の大きさ $\mu(\alpha)$ を用い以下の関係を仮定し、式(3.29)に代入する。

$$\mu(\alpha) = H' \frac{|d\epsilon^p|}{|d\sigma'|} \quad (3.30)$$

すると、式(3.29)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} H' d\epsilon^p &= \mu(K_F |d\sigma'| \mathbf{n} + K_D d\sigma') \\ &= \mu(K_F \frac{(d\sigma' : \mathbf{n})}{\cos \alpha} \mathbf{n} + K_D d\sigma') \end{aligned} \quad (3.31)$$

α, β はそれぞれ応力増分, ひずみ増分の \mathbf{n} からの振れ角である. K_D, K_F は, 式(3.29)の両辺の大きさが等しいという条件($K_F^2 + K_D^2 + 2K_F K_D \cos \alpha = 1$)と式(3.29)に \mathbf{n} を内積した結果($\cos \beta = K_D \cos \alpha + K_F$)から以下のように表せる.

$$K_F = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}, \quad K_D = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad (3.32)$$

ところで, 比例負荷過程においては, 単軸引張方向と純粋せん断方向において, ひずみ増分方向 $d\epsilon^p$ は負荷方向 \mathbf{n} に一致するが, 他の方向においては, ひずみ増分方向は負荷方向から純粋せん断方向に偏向するという実験結果が過去に報告されている. すなわち同じ $\alpha(=0)$ に対し, $\beta(0)$ が零とならない方向があることを示す. ひずみ増分テンソル $d\epsilon^p$ の振れ角は前負荷方向 \mathbf{n} から測った角度 $\beta = \beta(\alpha)$ で定義されているわけだが, それが比例負荷時の負荷方向(応力増分方向)によって異なる場合, 同一の α に対するひずみ増分テンソル $d\epsilon^p$ の振れ角 β の大きさのみで応力増分依存性の程度を判断するのは困難である. そこで, 任意の負荷点に対し応力増分方向と応力増分テンソルから一意に定まるひずみ増分方向が一致する方向を順方向 \mathbf{n}_N と定義し, 角度を測る基準を \mathbf{n} から \mathbf{n}_N に修正し, α, β は \mathbf{n}_N からの角度とする. 構成式に関しても以下の修正を施す.

$$H' d\epsilon^p = \mu [K_F (d\sigma' : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N + K_D d\sigma'] \quad (3.33)$$

但し, 新たに

$$K_F = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cos \alpha} \quad (3.34)$$

と改め, 以後この順方向を取り入れた構成式をもとに話を進める. 式(3.33)の両辺に \mathbf{n}_N を内積して得られたものを式(3.33)に戻すことによって, 剛塑性体の応力-ひずみの逆表示, 式(3.35)が得られる.

$$d\sigma' = \frac{H'}{\mu K_D} \left[d\epsilon^p - \frac{K_F}{K_F + K_D} (d\epsilon^p : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N \right] \quad (3.35)$$

3.4.2 材料パラメータ

新塑性構成式においては、応力と塑性ひずみの増分量間の関係を記述するのに本質的と思われる幾何学的及び物理的に意味を持った遷移関数 $\beta(\alpha)$, $\mu(\alpha)$ を導入しており、これらが既存の構成式と大きく異なる点である。ここで、 $\beta(\alpha)$ は塑性ひずみ増分の振れ角、 $\mu(\alpha)$ は塑性ひずみ増分の大きさ、 α は応力増分の振れ角を表している。新構成式の逆表示の唯一性を保証するためには、 $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$ において遷移関数 $\beta(\alpha)$, $\mu(\alpha)$ に次の関係が成立すれば良いことが分かっている。

1. $\beta(\alpha)$ は α について単調増加であり、 $\alpha = 0$ のとき $\beta = 0$ 、また、 $\alpha = \alpha_{max}$ のとき $\beta = \alpha_{max} - \pi/2$ となる。
2. $\mu(\alpha)$ は α について単調減少であり、 $\alpha = 0$ のとき $\mu = 1$ 、また、 $\alpha = \alpha_{max}$ のとき $\mu = 0$ となる。

新塑性構成式は遷移関数 $\beta(\alpha)$, $\mu(\alpha)$ を具体的に決定して初めて意味を持つと考えられる。これらの遷移関数が実験により簡単に定めることができれば良いのだが、遷移関数の物理的な意味からして、増分量に関する実験を数多く行わねばならず、実際には困難である。これに対し、伊藤らは多結晶理論におけるKroner-Budiansky-Wu(KBW)モデルに基づいて、 β 及び μ の関数形を求める研究を行っている²³⁾(図3.6)。この結果によれば α_{max} は単軸引張負荷の場合は約120°であり、尖り点の存在が示されたことになる。また、数値解析結果の特徴を比較的良く近似し、かつ $\alpha_{max} \rightarrow \pi/2$ のとき塑性ポテンシャル論に帰着するように、次の様な関数が基本形として選択できることが示されている。

$$\mu_0 = \cos\left(\frac{1}{2}\pi\alpha/\alpha_{max}\right), \quad \mu = \mu_0\zeta(\alpha_{max}) \quad (3.36)$$

$$\beta_0 = \beta_{max}(\alpha/\alpha_{max}), \quad \beta_{max} = \alpha_{max} - \frac{\pi}{2} \quad (3.37)$$

遷移関数 β, μ の具体的な形式としてはここで提案する関数形でよく、後は α_{max} と ζ をそれぞれの前負荷方向に対して決定すればよいことになる。

3.5 順方向 n_N の決定と新たな異方性構成式

提案されている構成式(3.35)を数値計算で用いるために、順方向 n_N を具体的に決定する必要がある。 n_N は現在の負荷状態から応力増分を与えたときに応力増分方向とひずみ増分方向が一致する方向と定義されている。本来、 n_N を決定するためにはある応力増分に対するひずみ増分方向を測定する実験を行わねばならない。しかし、解析対象となる個々の材料について、そのような試験を行うことは現状の材料評価試験設備においては極めて困難である。そこで任意の応力状態に対する n_N のをあらかじめ規定する関数式を導入することが重要である。ひずみ増分の方をもち単位の大きさのテンソル e 、偏差応力増分の方の単位の大きさのテンソル l を使って式(3.33)を変形、整理すると次式が得られる。

$$n_N = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} \left[e - \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} l \right]$$

今、任意の負荷状態において、後続の応力増分が比例負荷をとる時を考える。この時の n_N に対して、応力増分 $d\sigma' (= |d\sigma'|l)$ 、塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p (= |d\epsilon^p|e)$ がなす角 α, β は十分小さいものと仮定する。式()の係数は、以下のように近似できる。

$$\lim_{\alpha, \beta \rightarrow 0} \left[\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} \right] = \lim_{\alpha, \beta \rightarrow 0} \left[\frac{\cos \alpha}{(\cos(\alpha - \beta))(1 - \beta')} \right] = \frac{1}{1 - \beta'(0)}$$

$$\lim_{\alpha, \beta \rightarrow 0} \left[\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right] = \lim_{\alpha, \beta \rightarrow 0} \left[\frac{\beta' \cos \beta}{\cos \alpha} \right] = \beta'(0)$$

よって、式()は次式のように表せる。

$$n_N = \frac{1}{1 - \beta'(0)} [e - \beta'(0)l] = \lambda [e - \beta'(0)l] \quad (3.38)$$

これより、任意の応力状態に対する n_N を決定するには l に対する e を定めてやれば良い。そこで e を規定する一つのポテンシャル関数を導入する。ここでは、異方性板材への適用を前提としていつので、ポテンシャル関数として Hill の 2 次異方性関数を用いる。

$$g(\sigma') = (G' + H')\sigma_{11}^2 + (H' + F')\sigma_{22}^2 - 2H'\sigma_{11}\sigma_{22} + 2N'\sigma_{12}^2 \quad (3.39)$$

ただし、これは比例負荷時のひずみ増分方向を決定する関数であるが、降伏関数とは異なり、また、非連合流れ則とも異なるものである。導入した $g(\sigma')$ の中のパラメータ F_d, G_d, H_d, N_d は圧延方向から $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向の引張試験から得られる r 値から決定することができる。

$$F_d = \frac{1}{r_{90}}, \quad G_d = \frac{1}{r_0}, \quad N_d = (r_{45} + \frac{1}{2}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_{90}} \right), \quad H_d = 1 \quad (3.40)$$

ただし、実験の性格上、1,2 軸は主応力軸とみなせるため、

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_1, \\ \sigma_{22} &= \sigma_2, \\ \sigma_{12} &= 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

である。よって、比例負荷時の塑性ひずみ増分単位テンソル $e = (e_{11}, e_{22}, e_{12})$ は次のように表せる。

$$e = e_{ij} = \frac{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}}{\sqrt{\sigma_{mn} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}} \quad (3.42)$$

一方、応力増分方向単位テンソル $l (= d\sigma' / |d\sigma'|)$ は、

$$l = l_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{\sqrt{\sigma'_{mn} \sigma'_{mn}}} \quad (3.43)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.44)$$

よって以上により、 n_N の具体的な形が得られたことになる。ここで、 n_N は変形の特
性から決められるものであり、ポテンシャル関数 $g(\sigma')$ を導入することで与えられ
た材料について容易に決定を行えると同時に、 r 値の面内分布に完全に適合させるこ
とが可能である。式(3.39)の異方性パラメータに r 値の分布から求めた値を用いる
ことで構成式に材料の変形異方性を組み込めたことになる。一方、これとは独立に
降伏条件を決定するための関数を採用する。この降伏関数は本来の目的である、降
伏応力に適合するように異方性パラメータを決定できる。降伏関数は材料ごとに最
適な形式のものを用いることが可能であるが、ここでは、異方性を最も簡単に表現
できる Hill の 2 次降伏関数を用いることとする。

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\varepsilon}^p)^n \quad (3.45)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{F_y \sigma_{22}^2 + G_y \sigma_{11}^2 + H_y (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N_y \tau_{12}^2}{F_y + G_y + H_y}} \quad (3.46)$$

$$d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2(F_y + G_y + H_y)}{3} \times \left\{ \frac{(F_y + H_y)d\varepsilon_{11}^2 + (G_y + H_y)d\varepsilon_{22}^2 + 2H_y d\varepsilon_{11}d\varepsilon_{22}}{F_y G_y + G_y H_y + H_y F_y} + \frac{2\gamma_{12}}{N_y} \right\}} \quad (3.47)$$

ここで提案した新たな異方性構成式は、図 3.2 に示した従来の構成式による異方性の
考慮方法での問題点を解決するものである。Hill の 2 次降伏関数は流れ理論の降伏条
件として一般的に使用されているが、図に示されたように r 値と降伏応力の面内分
布を同時に正確に表現することは無理であった。これに対し、ここで提案している
異方性構成式によれば、図 3.7 に示すように r 値の分布と σ_Y のついて双方共、実験値
と良い一致を得ることができる。これは、ひずみ増分方向を決定の基準となる n_N が
ポテンシャル関数 $g(\sigma')$ によって降伏関数とは切り離して考えられるという、ここで
用いた構成式の特性によるものであり、板材の解析における精度向上が十分期待で
きる。また、異方性パラメータは引張試験のみから簡易に決定できることから、使

いやすく汎用性が高いという材料構成式に求められる性質をも本構成式は十分満足している。

3.6 破断限界ひずみ予測理論適用のための構成式の形式

ここでは、本構成式の破断限界ひずみへの適用を考え定式化を行うものとする。ここで、破断限界ひずみの予測は分岐理論により扱われる。分岐の一般理論は Hill によって提示されており、S-R 理論もその一つである。塑性加工の問題の解析では、ある基準状態で平衡状態にある物体の形状、応力分布、材料特性が既知であり、そこから境界条件として指定された表面力速度と幾何学拘束条件を満たすような次段階の平衡状態が唯一に定まるかどうかを現在の平衡状態において吟味する必要がある。これより、Hill の定理は次のようになる。

$$I[\Delta v] = \Delta \varepsilon \Delta (D \varepsilon) dV + \Sigma[\Delta v] > 0 \quad (3.48)$$

ここに

$$\Sigma[v] = \sigma_{ij} \left(\frac{\partial v_j}{\partial \xi_k} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - 2 \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \right) dV - \int v f(v) dS_F \quad (3.49)$$

ここで汎関数 $I[v]$ がいつ零になるかを判別する必要があるため、 v を与えただけで Σ が定まる必要がある。式(3.35)において構成式のパラメータ μ, β, K_F, K_D は応力増分の振れ角 α に依存する値であるので、式(3.49)は以下のように簡略化して考えることができる。

$$d\sigma' = D(\alpha) d\varepsilon^p \quad (3.50)$$

$D(\alpha)$ は $d\sigma'$ に依存するので、この式は非線形の形をしている。ここで構成マトリックス $D(\alpha)$ が非線形であると I が定まらないので、くびれ解析に適用できない。そこで、破断限界評価の数値計算の便宜上、次式の線形比較体 (liner comparison solid) の表記をとる必要がある。

$$d\sigma'^L = D^L d\varepsilon^p \quad (3.51)$$

$d\sigma'$ について, ひずみエネルギー増分 $dW^p(\alpha) \equiv d\sigma' : d\epsilon^p$ なるものを考える. 現実の材料($d\sigma'$) がシミュレーション($d\sigma'^L$) のものより早く分岐することがないように

$$dW^p(\alpha) \equiv d\sigma' : d\epsilon^p \geq d\sigma'^L : d\epsilon^p \quad (3.52)$$

という条件を考え, α を変化させ, $dW^p(\alpha)$ を最小とする α を求めることにより, 式(3.52) の条件を満たす D^L を導き出す.

$$\begin{aligned} dW^p(\alpha) &= d\sigma' : d\epsilon^p \\ &= \frac{H'}{\mu K_D} \left[(d\epsilon^p)^2 - \frac{K_F}{K_D + K_F} (d\epsilon^p : \mathbf{n})(d\epsilon^p : \mathbf{n}) \right] \\ &= \frac{H'}{\mu K_D} \left[(d\epsilon^p)^2 - \frac{K_F}{K_D + K_F} d\epsilon^{p^2} \cos^2 \beta \right] \\ &= \frac{H'}{\mu K_D} \left[1 - \frac{K_F}{K_D + K_F} \cos^2 \beta \right] (d\epsilon^p)^2 \\ &= \frac{1}{\mu K_D} \left[1 - \frac{K_F}{K_D + K_F} \cos^2 \beta \right] H' (d\epsilon^p)^2 \end{aligned} \quad (3.53)$$

これより,

$$\begin{aligned} I[\alpha] &= \frac{1}{\mu(\alpha)} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \left(1 - \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \alpha} \right) \\ &= \frac{1}{\mu(\alpha)} \cdot \frac{\sin \alpha - \sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \beta} \end{aligned} \quad (3.54)$$

ここで

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \sin(\alpha - \beta) \cos \beta &= \sin \alpha \sin \alpha \cos^2 \beta + \sin \beta \cos \beta \cos \beta \\ &= (1 - \cos^2 \beta) \sin \alpha + \sin \beta \cos \beta \cos \alpha \\ &= \sin^2 \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \beta \cos \alpha \\ &= \sin \beta \sin \alpha + \cos \beta \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.55)$$

$|\mu(\alpha)| < 1$ で μ は α に対して単調減少なので

$$I[\alpha] = \frac{a}{\mu(\alpha)} \cos(\alpha - \beta) > \cos(\alpha - \beta) \quad (3.56)$$

また,

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (\cos(\alpha - \beta)) = \sin(\alpha - \beta) \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} \quad (3.57)$$

ここで β は α に対して単調増加なので $\partial\beta/\partial\alpha > 0$, また, $|\alpha| < \pi/2$ から $|\alpha - \beta| < \pi/2$ であり, $\sin(\alpha - \beta) > 0$ が分かる. これより, $dW^p(\alpha)$ を最小とする α を計算すると $\alpha = 0$ であることが分かる. これより式(3.57)は正の値をとり, 結局, $I[\alpha]$ は α に対して単調増加である. これより,

$$\min I[\mu, \alpha] = I[1, 0] \quad (3.58)$$

よって, $\alpha = 0$ を使って線形比較体を作り, 分岐解析を行えばよいことになる.

$$\begin{aligned} \mu(0) &= \cos 0 = 1 \\ K_D &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \beta'(0) \Rightarrow K_C \\ K_F &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin \alpha} = 1 - \beta'(0) \Rightarrow 1 - K_C \end{aligned} \quad (3.59)$$

そこで, 新たに $\beta'(0) = K_C$ と置き, $K_D = K_C, K_F = 1 - K_C$ として分岐理論による破断限界の解析に適用する形式とする. ここで, $\beta'(0)$ が大きいことは応力増分依存性が大きいことを表すので, ここで定義した K_C もその特徴を受け継ぐ. そのため, K_C が大きいことは分岐問題において分岐を起こしやすい傾向になることを示す.

3.7 結 言

FEM解析におけるひずみの局所化過程の予測の高精度化、また、破断限界解析における予測精度の向上は、本研究における重要課題である。塑性構成式は双方の解析に使用され、両課題への影響も大きいことから、本解析システム全体の最重要な構成要素と考えられる。かかる視点より、本章では板成形解析に用いる際の従来の塑性構成式の問題点の整理及びその改善について述べてきた。

本研究で使われる構成式に求められることは、ひずみ増分解析である有限要素法と塑性不安定問題である破断限界理論解析の両方に妥当な解析結果を与えることである。塑性不安定問題に適用される構成式には、塑性ひずみ増分と応力増分間に1対1対応がないと現実的な解を得られない。また、一般変形解析であるFEM解析では、除荷及び塑性負荷の基準が明確なひずみ増分理論に基づく構成式が必要である。このような条件を満たす構成式として、滑らかな降伏曲面の存在を前提とし、J2-流れ則からJ2-角点則への自然な拡張を示している伊藤-呉屋による構成式を選択する。しかし、提案されている構成式は等方性に関する一般形を与えられているのみであり、板成形に用いる形式としては不十分である。板材は材料特性の異方性を有するため、ひずみの局所化及び破断の予測のような要求精度の高い解析では、異方性を厳密に考慮しなければならない。ところが、Hillの2次異方性降伏条件に代表される従来の異方性考慮方法では、図3.2に示されるように変形の異方性と強度の異方性を同時に精度良く表現できない。この問題は本解析システムの信頼性を著しく低下させる重要な課題であった。そこで、本章では、採用した構成式について、この構成式の特徴を生かして降伏強度と変形の異方性を独立に扱うことができる異方性構成式への拡張を行った。これにより、図3.7に示されるように r 値と降伏応力の面内分布を精度良く取り扱える構成式が求められた。この効果は変形解析及び破断限界解析の両方の精度向上に期待できることから、最終的な結果として得られる破断評

価についても十分な影響を持つと思われる。また、この手法により、材料特性の面内異方性の影響を調べる際に、変形と強度の異方性を独立に、その影響を調べる道が拓けた。

破断限界ひずみの予測は分岐理論に基づいて行うため、採用した構成式をそれに適用するには、その解析に適した形式であることが不可欠である。本章において、分岐の一般理論において解の唯一性を満たすように本構成式の改良を行い、応力増分依存性を有する線形比較体構成式の新たな定義を行った。得られた線形比較体構成式は単に分岐問題への適用が可能となったのみでなく、ここで定義した構成式のパラメータ K_c はひずみの局所化及び分岐問題に影響を持つ新たな材料パラメータとして考えられる。

選択された伊藤-呉屋らによる構成式は、本章で示した改良により板成形問題への適用が可能になったと考えられるので、第4章における破断限界理論解析、第5章における有限要素法解析への適用を行っていく。

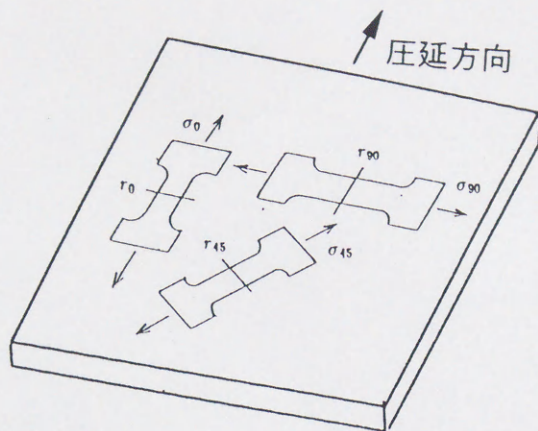


図3.1 薄板材における降伏応力及び r 値の異方性の定義

表3.1 異方性を有する銅板の r 値と降伏応力の面内分布

項目	圧延方向からの角度 θ /deg				
	0	22.5	45	67.5	90
r 値	1.40	1.30	1.00	1.08	1.13
σ_θ/σ_0	1.000	1.002	1.024	1.018	1.008

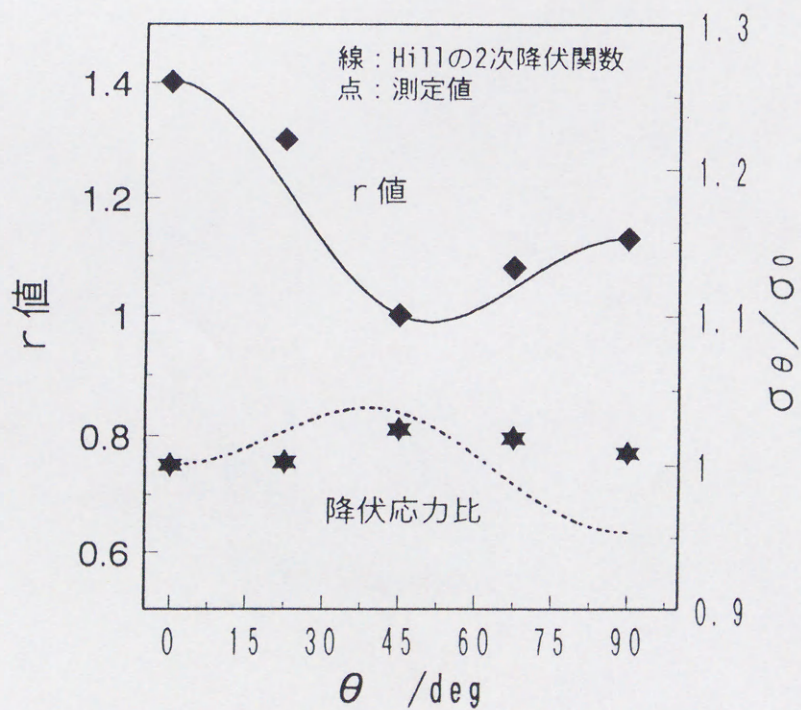


図3.2 Hillの2次異方性関数による r 値, 降伏応力の面内分布

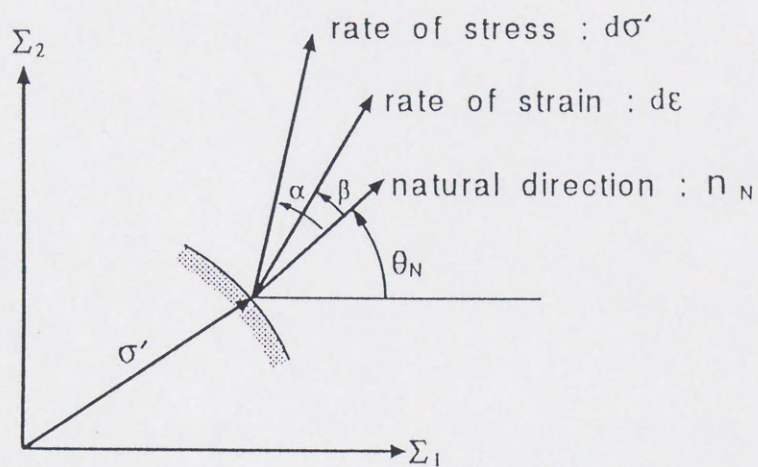


図3.5 イリュージョン偏差応力空間と順方向

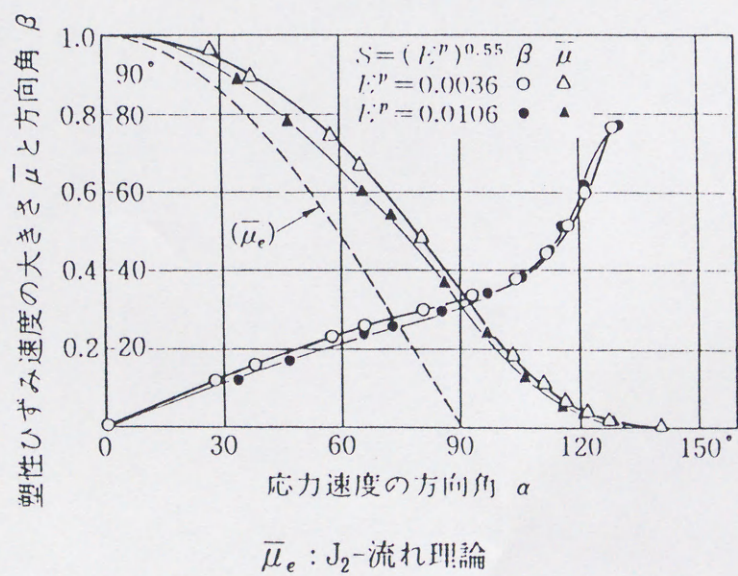


図3.6 多結晶体モデル(KBWモデル)による材料パラメータの決定²³⁾

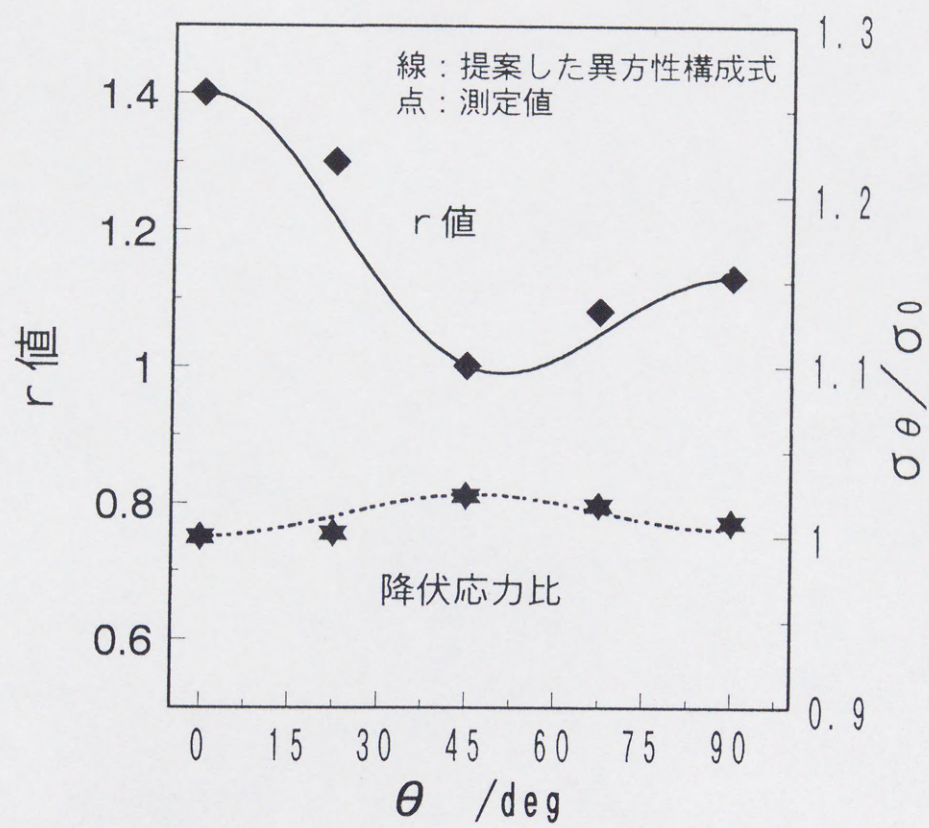


図3.7 提案された異方性構成式による r 値，降伏応力の面内分布

第 4 章 分岐解析による板材の破断限界の理論的予測

4.1 緒 言

板材の成形評価システムにおける破断の予測精度を向上するためには、FEM 解析によるひずみ量の予測精度の向上は当然であるが、使用する FLD の精度向上が非常に重要である。第 2 章では、Stören らによる局所くびれ基準を成形評価システムの破断限界のクライテリアとして用いた場合の問題点を実験との対比などにより明らかにした。まず、Stören らが提案した限界基準は破断限界ではなく、局所くびれ基準であり、延性の大きい SPCE などではくびれ発生後の破断までの伸びが無視できない量となるため、予測される成形限界が実験値よりも小さくなる。次に、どのような材料においても平面ひずみ変形状態で予測される限界ひずみは n 値になってしまうため、 n 値の評価の妥当性が重要であるが、通常の評価方法である引張試験より定めた n 値では平面ひずみ変形の破断ひずみについて実験と良い一致が得られている例は少ない。また、板材の成形評価には欠かすことのできない材料特性である r 値の影響を全く考慮しておらず、さらには、従来から知られている破断限界ひずみに及ぼす変形経路の影響も考慮されていない。

Stören らの解析では材料構成式として全ひずみ理論に基づく Hencky の変形論増分則を用いていたが、ひずみ増分法である FEM 解析との連携が必要となる本研究で用いる構成式としては相応しくない。そこで、本研究では J2 流れ則から J2 角

点則までを包含する応力増分依存性を考慮した異方性構成式の破断限界ひずみ予測理論への適用を考える。既に、前章において同構成式について破断限界ひずみ予測理論に適用できる形式としての線形比較体構成式を定義した。本章では、提案された構成式をS-Rによる局所くびれ基準に適用する。その際にFEMとの連携や破断限界ひずみの変形経路依存性への対応を考慮して、ひずみ増分的に破断限界を評価できる解析法に改良した。

さらに、本章では解析に必要となる材料パラメータの決定方法や破断限界ひずみに及ぼすそれらの影響について検討していくものとする。まず、提案された新たな線形比較体構成式の新たな材料パラメータである K_0 値について、破断限界ひずみに及ぼす影響を調べ、その決定方法や妥当性について検討を行う。次に、平面ひずみ変形における成形限界を決定する n 値について、引張試験以外の手法により評価する手法を試み、それにより定めた n 値を破断限界ひずみ予測に適用する。次に、3章で提案した変形と強度の異方性を独立に考慮できる構成式を導入することで、はじめて可能となる、破断限界ひずみ予測に及ぼす r 値と σ_Y の面内異方性の影響を定量評価する。さらには、 r 値の面内の方向性までを考慮できる解析手法を可能にし、従来整理されていなかった破断限界ひずみに及ぼす異方性主軸方向の影響や面内異方性の度合いの影響について定量評価する。

4.2 破断限界基準式及び解析方法

破断の前兆としてくびれ現象を位置づけ、くびれの発生条件を得ることにより成形限界を予測できると考え、

Stören-Rice 流の局所くびれ理論を適用した. 第2章での検討結果をふまえ, S-R によるくびれ発生基準式を再記すると次のとおりである.

$$\det(n_\alpha L_{\alpha\beta\gamma\delta} n_\delta + n_\alpha M_{\gamma\delta} n_\delta) = 0 \quad (4.1)$$

ここに, n_α はくびれ帯への法線単位ベクトルの成分である. Stören らは構成式に Hencky 変形論増分則を導入してくびれ限界を決定していたが, 本解析では前章で述べた応力増分依存性を考慮した構成式を導入を考慮し, 一般的な構成マトリクスの係数を用いた形式でくびれ基準の定式化を進めることとする. 平面応力状態における一般的な構成式の形式は,

$$L_{\alpha\beta\gamma\delta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta} - B_{\alpha\beta\gamma\delta} \quad (4.2)$$

$$B_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2}(\sigma_{\gamma\beta}\delta_{\alpha\delta} - \sigma_{\delta\beta}\delta_{\gamma\alpha} + \sigma_{\alpha\gamma}\delta_{\delta\beta} - \sigma_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta}) \frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\delta} \quad (4.3)$$

で示されるとおりであるが, これを式(4.1)に代入し, 整理すると次のような λ に関する4次方程式を得る.

$$A_1 \lambda^4 + A_2 \lambda^3 + A_3 \lambda^2 + A_4 \lambda + A_5 = 0 \quad (4.4)$$

ここに, $\lambda \equiv n_2/n_1$, $A_1 \cdots A_5$ は応力, 応力増分及びひずみによって以下のように定まる.

$$\begin{aligned} A_1 &= B_2 C_5 - B_5 C_2 \\ A_2 &= B_2 C_6 + B_3 C_5 - B_5 C_3 - B_6 C_2 \\ A_3 &= B_1 C_5 + B_2 C_4 + B_3 C_6 - B_4 C_2 \\ &\quad - B_5 C_1 - B_6 C_3 \\ A_4 &= B_1 C_6 + B_3 C_4 - B_4 C_3 - B_6 C_1 \\ A_5 &= B_1 C_4 - B_4 C_1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= D_{1111} - \sigma_{11}, & B_2 &= D_{1212} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}, \\
B_3 &= D_{1112} + D_{1211} + \sigma_{12}, \\
B_4 &= D_{1112}, & B_5 &= D_{1222}, \\
B_6 &= D_{1122} + D_{1212} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2}, \\
C_1 &= D_{1211}, & C_2 &= D_{2212}, \\
C_3 &= D_{1212} + D_{2211} - \frac{\sigma_{11} - 3\sigma_{22}}{2}, \\
C_4 &= D_{1212} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}, \\
C_5 &= D_{2222} - \sigma_{22}, & C_6 &= D_{1222} + D_{2212}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

式(4.4)に実数解が存在する場合に局所くびれが発生することになり、つまり、式(4.4)の極値の最小値が正負いずれかの判定を行えば良いことになる。

構成式には前章で定式化を行った、塑性ひずみ増分の応力増分依存性を導入した構成式の線形比較体の剛塑性の形式を用いる。

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{3}{2H} \{K_c d\boldsymbol{\sigma}' + (1 - K_c)(d\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{n}_N)\mathbf{n}_N\} \tag{4.7}$$

ここに、Hは比例負荷時の接線係数である。 \mathbf{n}_N の向きは現在の応力によってのみ定まるものとし、それをHillの2次異方性降伏関数の形式をポテンシャルとして決定する。

$$\mathbf{n}_N = \lambda \left(\nabla g(\boldsymbol{\sigma}) - K_c \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{|\boldsymbol{\sigma}'|} \right) \tag{4.8}$$

$$g(\boldsymbol{\sigma}') = F\sigma_{22}^2 + G\sigma_{11}^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N\tau_{12}^2 \tag{4.9}$$

また、加工硬化の定義は

$$\bar{\sigma} = F(\bar{\varepsilon}^p)^n \tag{4.10}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{F_y \sigma_{22}^2 + G_y \sigma_{11}^2 + H_y (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N_y \tau_{12}^2}{F_y + G_y + H_y}} \tag{4.11}$$

$$\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2(F_y + G_y + H_y)}{3}} \times \tag{4.12}$$

$$\sqrt{\left\{\frac{(F_y + H_y)d\varepsilon_{11}^2 + (G_y + H_y)d\varepsilon_{22}^2 + 2H_y d\varepsilon_{11}d\varepsilon_{22}}{F_y G_y + G_y H_y + H_y F_y} + \frac{2\gamma_{12}}{N_y}\right\}}$$

ここに、板面内の異方性主軸方向に座標軸 x_1, x_2 を設定する。 F, G, H, N は r 値の面内分布より決定した Hill の異方性パラメータ、 F_y, G_y, H_y, N_y は σ_Y の面内分布より決定した Hill の異方性パラメータである。 平面応力 $\sigma_{3i} = 0$ の条件下で式 (4.8)(4.9) を考慮して、式 (4.7) を応力増分について解くと、

$$d\sigma_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\delta} d\varepsilon_{\gamma\delta} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 2) \quad (4.13)$$

と書ける。ここに、 $D_{\alpha\beta\gamma\delta}$ は構成式の係数であり、次のように示される。

$$\begin{aligned} D_{1111} &= \frac{H'}{K_c}(2 - P_1 Q_1), & D_{1122} &= \frac{H'}{K_c}(1 - P_2 Q_1), \\ D_{1112} &= -\frac{H'}{K_c}(P_3 Q_1), & D_{2211} &= \frac{H'}{K_c}(1 - P_1 Q_2), \\ D_{2222} &= \frac{H'}{K_c}(2 - P_2 Q_2), & D_{1211} &= -\frac{H'}{K_c}(P_1 Q_3), \\ D_{1222} &= -\frac{H'}{K_c}(-P_2 Q_3), & D_{1212} &= \frac{H'}{K_c}(1 - P_3 Q_3) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{1 - K_c} \left(\frac{2T_1 + T_2}{R} - K_c \frac{1}{S} \right) \\ P_2 &= \frac{1}{1 - K_c} \left(\frac{2T_2 + T_1}{R} - K_c \frac{\rho}{S} \right) \\ P_3 &= \frac{1}{1 - K_c} \left(\frac{T_3}{R} - K_c \frac{\rho'}{S} \right) \\ Q_1 &= \frac{2T_1 + T_2}{R} - K_c \frac{1}{S} \\ Q_2 &= \frac{2T_2 + T_1}{R} - K_c \frac{\rho}{S} \\ Q_3 &= \frac{T_3}{R} - K_c \frac{\rho'}{S} \end{aligned}$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{T_1^2 + T_2^2 + T_3^2}}, \quad S = \sqrt{\frac{3}{2(1 - \rho + \rho^2)}}$$

$$\begin{aligned}
T_1(\rho, \theta) = & 2F(\sin^2 \theta + \rho \cos^2 \theta) \sin^2 \theta \\
& + 2G(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta) \cos^2 \theta \\
& + 2H(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta - \sin^2 \theta \\
& - \rho \cos^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\
& + 4N(1 - \rho) \sin^2 \theta \cos^2 \theta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2(\rho, \theta) = & 2F(\sin^2 \theta + \rho \cos^2 \theta) \cos^2 \theta \\
& + 2G(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta) \sin^2 \theta \\
& + 2H(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta - \sin^2 \theta \\
& - \rho \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\
& - 4N(1 - \rho) \sin^2 \theta \cos^2 \theta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3(\rho, \theta) = & 4F(\sin^2 \theta + \rho \cos^2 \theta) \sin \theta \cos \theta \\
& - 4G(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta) \sin \theta \cos \theta \\
& - 8H(\cos^2 \theta + \rho \sin^2 \theta - \sin^2 \theta \\
& - \rho \cos^2 \theta) \sin \theta \cos \theta \\
& + 4N(1 - \rho)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned}$$

具体的な計算のフローは図 4.1 に示すとおりである。

4.3 解析結果と考察

4.3.1 基本パラメータの影響

(1) 応力依存性パラメータ

図4.2 は面内等方材について、FLDに及ぼす構成式のパラメータ K_c の影響を計算した結果である。これより、 K_c が大きくなると破断限界ひずみが低下することが分かる。その低下する傾向は変形様式で異なり、平面ひずみ変形では変わらないが、平面ひずみから遠ざかる単軸引張や等二軸に相当する変形でその影響は顕著である。ところで、この結果は $K_c = \text{一定}$ で計算したものであるが、 K_c は塑性ひずみ増分の応力増分依存性を規定する材料パラメータであり、応力状態によって変化し得る。伊藤らが行った実験及び多結晶モデルの解析²⁵⁾では、ひずみ増分方向の応力増分方向依存性の程度は、応力方向が一軸引張から純粋せん断に向かって単調減少するという結果となっている。3章で定式化した線形比較体に導入されたパラメータ K_c は応力増分依存性を表すものであるから、この結果を考慮し、 σ_I, σ_{II} を面内の主応力として、 K_c を以下のような応力比の関数とした。

$$K_c = A |1/2 - \rho| \quad (\rho = \sigma_{II}/\sigma_I) \quad (4.15)$$

また、通常、破断限界ひずみを評価するのは、単軸引張から等二軸負荷の応力比の範囲であることから、式(4.15)の定義域は $0 \leq \rho \leq 1$ とする。また、平面ひずみ変形における破断限界ひずみは K_c によって変わらず、常に n 値に一致する。これによる実験との差をなくすために、平面ひずみ変形において計算結果が破断限界ひずみに一致するように n 値を調整し、その n 値を等価 n 値 (\bar{n} 値) と呼ぶこととする。式(4.15)中のパラメータ A は実験的に定められるべきものであるが、 K_c の影響が最も顕著である等二軸変形において、理論値が実験値に一致するように定めることとする。このように定めた K_c は本来のパラメータの意味を直接的に表すものではないが、

FLDの予測精度の面では十分期待できる。ここで、新たに提案した K_c の具体的な決定法について、その妥当性の検討を実験との比較により行う必要がある。実験に用いる実際の材料は異方性を有するので、異方性を考慮した計算を行い結果を図4.4に示す。このときに計算に用いた材料パラメータは表4.2に示すとおりである。これより、材料パラメータの決定に用いられていない変形領域である単軸引張に相当する変形領域や張出し変形領域で実験と計算が良く一致する傾向が見られた。ただし、異方性の影響についての検討は、後に議論することとする。

(2) 加工硬化指数

図4.5は理論FLDに及ぼす n 値の影響を示したものである。このように、 n 値は、平面ひずみ状態における破断限界ひずみ理論値を決定する($\epsilon_1^{cr}(\xi=0)=n$)のみでなく、全負荷領域(全変形様式)での破断限界ひずみに大きな影響を持つ材料パラメータであることが分かる。通常 n 値の評価は引張試験における伸びひずみ10～20%程度の領域で行われるが、そのひずみ領域は実際に破断が起きるひずみ領域に比べ、かなり手前の領域であり、そのような範囲で決定された n 値を破断限界の理論解析に適用するのは不合理のように思われる。しかしながら、SPCEなどの鋼板を引張試験行った場合、伸び25%程度で拡散くびれが生じ、その後は不均一変形となるため、 n 値の決定に必要となる応力、ひずみを正確に評価することが難しくなる。このことから、引張試験において決定された n 値を外挿して破断限界の解析をすることになるが、引張試験により評価されている材料特性のみでFLDを決定することに無理があるものと思われる。引張試験以外で材料の延性限界を評価する手法として剛体工具を用いた張出し試験や液圧による張出し試験があり、破断近傍の材料が受ける相当ひずみ量は引張試験のそれに比べてかなり大きいため、破断限界ひずみ予測に用いる n 値の評価法としては適当な様に思える。しかし、いずれの場合も、材料が不均一変形を起こしており、応力やひずみの評価は殆ど困難である。そこで、本

章では、材料の成形と同時に応力、ひずみをリアルタイムで測定可能な液圧バルジ試験機の試作を検討する。試作された試験機は図4.6に示すように、測定系に変位計とラインセンサカメラを設置しており、成形過程における内圧、頂点曲率などから応力の評価、あらかじめ材料表面に転写したサークルをカメラで取り込むことで非接触のひずみ評価を可能とするものである。表4.3に測定計の装置に関するスペックを、図4.7に測定のフローについて示す。図4.9は新たな試験機により測定された応力-ひずみ曲線について引張試験による結果と共に示したものである。これより、SPCEと5000系Al材では引張試験に比べかなり大きいひずみ領域でも応力、ひずみデータの測定を可能とした。SUS304ではバルジ成形を行う絶対油圧量の不足から図4.9に示すひずみ以降、変形が進まなかった。図4.10~4.11はSPCE、5000系Al材について新しい試験機により評価された加工硬化指数 n' 値のひずみ依存性を調べたものである。SPCEの場合はひずみの増加により n' 値が少し大きくなる様子が見えるが、影響は小さい。それに比べ、5000系Al材ではひずみ量の増加に伴う n' 値の低下傾向を明瞭に実測できた。この実験結果より定められた n' 値を表4.3に示す。ここで、SPCE、アルミ合金について n' 値を用いて定めたFLD解析結果を n 値を用いて定めたS-RによるFLDと共に図4.12、4.13に示す。これより、平面ひずみ変形において検討した場合にアルミ合金では n' 値は \bar{n} 値にほぼ等しいが、SPCEではまだ開きがある。もし、S-Rによるくびれ限界基準が破断時のひずみを予測し得るものであれば、 \bar{n} 値は n' 値に等しくならねばならず、アルミ合金の場合はそのとおりになっている。しかし延性の大きいSPCEの場合は、くびれ発生後の破断に至るまでのひずみの変化量が無視できないものと考えられる。また、表4.3に示すパラメータAがアルミ合金に比べSPCEは小さく、このことは全領域に渡って K_c 値が小さいことを意味するが、局所くびれ発生後の破断までのひずみ進展量は K_c 値が小さいほど大きいと考えられるので、この点からも実験との差が大きくなることが考察される。これより、アルミ合金の場合は加工硬化係数を正しく評価すればS-Rの理論モデル

で破断限界を十分評価でき、試作した液圧バルジ試験機による n 値の評価法は、破断限界ひずみ予測理論に使用する材料特性の新たな評価への道が拓けたと考えられる。しかし、S-R 理論モデルは SPCE の破断限界を評価するには十分な理論モデルと言えない。今後、局所くびれ後のひずみを考慮できる理論モデルの検討も必要と思われるが、ここでは本来の材料特性ではないが等価 n 値を適用し、実用問題への対応を図ることとする。

4.3.2 異方性パラメータの影響

(1) 板厚異方性 r 値の影響

板成形において異方性を 1 次近似的に考慮する場合は、 r 値性の面内方向の平均値である r 値を用いる。図 4.14 は FLD に及ぼす r 値の影響を調べたものであるが、これより、 r 値の増加は単軸引張相当の変形領域では破断限界ひずみを向上させるが、張出し変形領域では破断限界ひずみを低下させることが分かった。また、平面ひずみ変形域と等二軸変形域は r 値に影響せず、一定の値となることも明らかとなった。

(2) 異方性主軸方向の影響

実際の板材では材料特性が面内に方向性を持っており、 r 値の異方性など成形性に無視できない影響を及ぼすので、きちんと整理しておく必要がある。面内異方性材では応力主軸に対する異方性主軸の角度が重要であり、実際の成形の場合などで破断が起こる部位の主応力軸が規定されている場合は材料の圧延方向に対する板取り方向がその影響因子となる。ここでは圧延方向に対する主応力方向の角度を θ とし、FLD に及ぼす θ の影響を調べた。SPCE(G) 材について $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の場合の FLD 解析を行った結果を図 4.15 に示す。この図は K_c の決定法の妥当性評価として図 4.4 で取り上げたものと同じであり、図中のプロットはブランクの板取り方向を変えた引張試験、パンチ張出し試験及び液圧バルジ試験より得た、 $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の場合に

対応する破断限界ひずみの測定値である。また、引張試験で評価した n 値を用いた解析結果 ($\theta = 0^\circ$) も点線で併せて示した。これより、理論解析により単軸引張変形に相当するひずみ域で $\theta = 45^\circ$ の破断限界ひずみが下がる傾向が得られ、実験結果にも定量的に一致した。図 4.16 は代表的なひずみ比 ξ について、限界ひずみに及ぼす θ の影響を調べたものである。単軸引張相当のひずみ比である $\xi = -0.5$ において面内異方性の影響は大きく、 $\theta = 45^\circ$ の限界ひずみが小さくなるが、これは、単軸引張試験において r 値の高い方向の伸びが大きく、また r 値が単軸引張時の異方性パラメータであることに対応する。これとは逆に、張出し領域である $\xi = 0.5$ では $\theta = 45^\circ$ の方が限界ひずみが大きくなる傾向が見られた。この領域では単軸引張の場合と違い r 値の役割が明確ではないので、 r 値の大小関係と限界ひずみの大小関係について明確な説明がし難いが、実験結果も同じ傾向を示している。

実際の材料の異方性では、 r 値などの変形異方性と降伏応力などの強度異方性があると思われるが、図 4.15, 4.16 で得られた結果はどちらの影響によるものかを調査する必要がある。ここでは、本解析に用いている構成式の特徴を生かし、 r 値と降伏応力の異方性パラメータを独立に取り扱うことで、変形異方性と降伏強度異方性について各々の影響を調査する。通常の冷延鋼板では r_0 , r_{45} に比べ、 r_{45} が小さい場合が多く、その際の降伏応力の分布では σ_{45} が σ_0 , σ_{90} に比べ大きくなる。そこで、 r_0, r_{90} が等しく、それらに比べ r_{45} が最も小さくなる V 字型の r 値の分布を示す板材を対象に変形異方性パラメータと強度異方性パラメータを表 4.4 のように決定し、解析を行った。図 4.17 は変形は等方で降伏強度に異方性を持たせた場合であり、 σ_{45}/σ_0 は異方性の程度を示す。この結果より、降伏応力の大きい方向に主応力が加わる条件となる $\theta = 45^\circ$ の場合は $\theta = 0^\circ$ の場合に比べ、全体的に破断限界ひずみが小さくなる傾向にあるが、等二軸変形から単軸引張相当の変形になるほど低下幅が大きい。また、異方性の度合いである σ_{45}/σ_0 が大きい程、その傾向は顕著である。次に、降伏強度は等方で変形異方性に異方性を持たせた場合の解析結果を図 4.18 に示す。これ

より、 r 値の小さい方向に主応力が加わる条件となる $\theta = 45^\circ$ の場合は $\theta = 0^\circ$ 方向に比べ、単軸引張相当の変形領域で破断限界ひずみが低下するが、平面ひずみでは差が無く、逆に、張出し変形領域では増加する傾向が得られた。また、異方性の度合いが大きい場合はその傾向が増す。これらの結果から張出し変形域 ($\xi > 0$) では破断限界ひずみに及ぼす変形異方性と強度異方性の影響が相殺され、面内異方性の影響が小さくなり、逆に引張変形域 ($\xi < 0$) ではそれぞれの影響が重なり合って、面内異方性の影響が顕著に現れることが明らかとなった。

(3) 面内異方性の度合いの影響

実際にプレス成形性に使用されることの多い高 r 値材では、降伏応力の異方性に比べ、 r 値のそれが大きい。そこで変形異方性の影響について、十分に整理しておく必要がある。ここでは、 r 値の面内異方性の程度を表すパラメータである Δr を使って、変形の面内異方性の定量化を進めることとする。

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (4.16)$$

図 4.19 はいくつかのひずみ比 ξ について破断限界ひずみに及ぼす Δr の影響を示している。単軸引張相当のひずみ比である $\xi = -0.5$ では、 $\theta = 45^\circ$ の場合の破断限界ひずみは、 Δr の増加に伴い大きく減少している。逆に、 $\theta = 0^\circ$ の場合はわずかながら増加している。次に平面ひずみ変形である $\xi = 0$ では $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ 共、破断限界ひずみは Δr の増加と共にわずかに減少する傾向を示している。張出し領域である $\xi = 0.5$ では、 $\theta = 0^\circ$ の場合の破断限界ひずみは Δr の増加と共に減少するが、 $\theta = 45^\circ$ は殆ど変化しない。図 4.15 に示す実際の材料における破断限界ひずみに及ぼす θ の影響は、 $\xi = -0.5$ では $\theta = 45^\circ$ の限界ひずみが Δr と共に減少し、 $\xi = 0.5$ では $\theta = 0^\circ$ の限界ひずみが Δr と共に減少することに対応している。以上の 3 つの典型的なひずみ比について破断限界ひずみに及ぼす Δr の影響を見てきたが、 r_{45} が最も大きくなる、すなわ

ち逆V字型の r 値分布について同様に整理してみると、 $\xi = -0.5$ については図4.20の様になり、これはV字型の傾向の延長にある。他のひずみ比についても同様である。破断限界ひずみに及ぼす r 値の方向の影響について整理すると、単軸引張相当のひずみ比では、 r 値が高い方向に最大主応力を与えたときに破断限界ひずみが大きくなる傾向を持ち、張出し領域では単軸引張付近に比べ影響は小さいが、逆の傾向になる。

(4) 成形グレードの異なる鋼板への適用

成形性グレードの異なる材料特性を有する板厚0.7mmの供試材3鋼種の材料パラメータを入力して解析した。圧延方向より $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向のJIS5号引張試験より得られる各方向の特性値を表4.1に、JIS13号引張試験より得られる各方向の r 値とそれらより決定された異方性パラメータを表4.2に示す。ここで、圧延方向と主応力方向との角度 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ の場合の破断限界の解析結果をそれぞれ図4.21, 4.22に示す。これらより、面内異方性を考慮した解析では、破断限界ひずみに及ぼす鋼種間の差が θ によって異なることが分かり、特に図4.22に示す $\theta = 90^\circ$ の場合の張り出し領域では成形グレードの影響が極めて小さくなる変形領域が存在した。このように、成形グレードの高い材料でも主応力が加わる方向によっては、グレードの低い材料と破断限界ひずみが殆ど変わらない場合もあることから、実際の材料における面内異方性の程度は無視出来ないほど大きく、それを考慮した破断限界ひずみの解析が不可欠である。

4.4 結 言

本章では、3章で提案された応力増分依存性を考慮した線形比較体構成式をS-Rによる局所くびれ基準に導入し、FEMとの連携によるひずみ増分的な破断限界の評価を可能にした。

さらに、解析に必要となる材料パラメータの決定方法や破断限界ひずみに及ぼす材料パラメータの影響について検討し、以下の知見を得た。

まず、提案された新たな線形比較体構成式の新たな材料パラメータである K_c 値について、破断限界ひずみに及ぼす影響を調べ、その影響が大きいことを明らかにした。また、 K_c の決定を等二軸の限界ひずみから決定する手法を提案し、他の変形領域における限界ひずみの予測値の精度から、妥当な結果が得られることを確認した。

次に、平面ひずみ変形における成形限界を決定する n 値について、ラインセンサカメラを用いた応力、ひずみのリアルタイム評価可能な液圧バルジ試験機の試作を行い、引張試験では測定不可能なひずみ領域での n 値の評価を可能にした。測定結果から、5000系Al材では n 値がひずみの増大と共に明瞭に低下する傾向を得、破断ひずみ値を含む領域で評価した n 値を破断限界ひずみ予測理論に適用すると、引張試験評価による n 値を用いるよりも、実験値に近づくことから、予測精度が向上することを明らかにした。

3章で提案した変形と強度の異方性を別個に考慮できる異方性構成式を導入することで、はじめて可能となる、破断限界ひずみ予測に及ぼす r 値と σ_Y の面内異方性の影響を独立に評価し、次の結果を得た。降伏強度の異方性に関しては、降伏強度の大きい方向に主応力が加わる場合は小さい方向に負荷する場合に比べ、全体的に破断限界ひずみが小さくなる傾向にあるが、等二軸変形から単軸引張相当の変形になるほど低下幅が大きい。また、 r 値の異方性に関しては、 r 値の小さい方向に主応力が加わる場合は、大きい方向に加わる場合に比べ、単軸引張相当の変形領域で破

断限界ひずみが低下し，逆に，張出し変形領域では増加する傾向が得られた．このように降伏強度と変形の異方性が破断限界ひずみに及ぼす影響は異なる傾向を示すことを明らかにした．

主応力方向と圧延方向の角度 θ が成形限界ひずみに影響を及ぼすことを明らかにし，特にV字型の r 値分布を持つ材料では単軸引張付近($\xi = -0.5$)では $\theta = 45^\circ$ の破断限界ひずみが最も小さく，逆に張出し領域($\xi = 0.5$)では $\theta = 45^\circ$ が最も大きくなる．この結果は実験値とも一致しているので，ここで提案した解析手法及び結果の妥当性も明らかにした．

ここで述べた破断限界ひずみに及ぼす θ の影響は，V字型の r 値分布を持つ材料では面内異方性の度合いを示す Δr が大きい程，顕著である．逆V字型の r 値分布を持つ材料について同様に整理すると，V字型の傾向の延長にある．

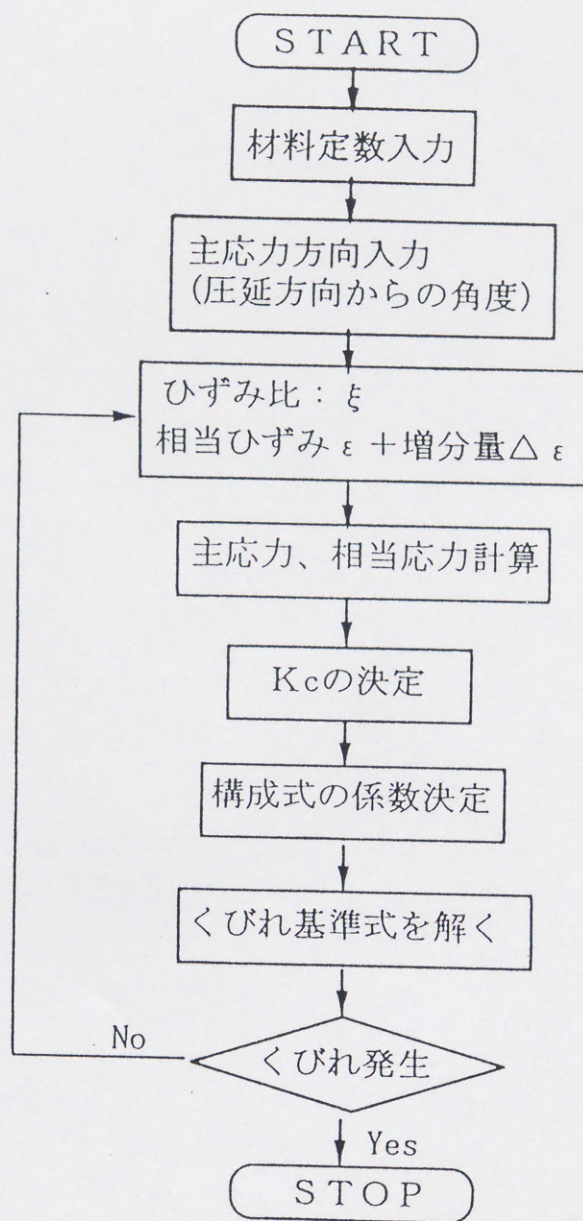


図4.1 解析フローチャート図

表 4.1 供試材の機械特性値

記号	材 種	方 向	YS /MPa	TS /MPa	T-EL %	n 値 5-15 %	r 値 15 %	\bar{r} 値 15 %
I	軟鋼 SPCEN	0 °	153	308	49.2	0.279	1.88	2.01
		45 °	159	310	48.9	0.269	1.87	
		90 °	155	305	51.5	0.275	2.43	
J	軟鋼 SPCE	0 °	185	331	46.4	0.237	1.85	1.65
		45 °	191	337	41.8	0.233	1.37	
		90 °	189	325	45.1	0.234	2.02	
K	軟鋼 SPCC	0 °	233	338	42.9	0.246	1.16	2.01
		45 °	237	341	41.3	0.239	1.05	
		90 °	233	335	45.3	0.239	1.61	

引張試験片 JIS5 号 (r 値のみ JIS13 号), 引張速度 10mm/min

表 4.2 解析に用いた材料パラメータ

記号	変形異方性パラメータ				\bar{n} 値	A 値
	F_d	G_d	H_d	N_d		
I	0.412	0.532	1.000	2.236	0.398	0.56
J	0.495	0.541	1.000	1.937	0.369	0.48
K	0.621	0.862	1.000	2.299	0.308	0.48

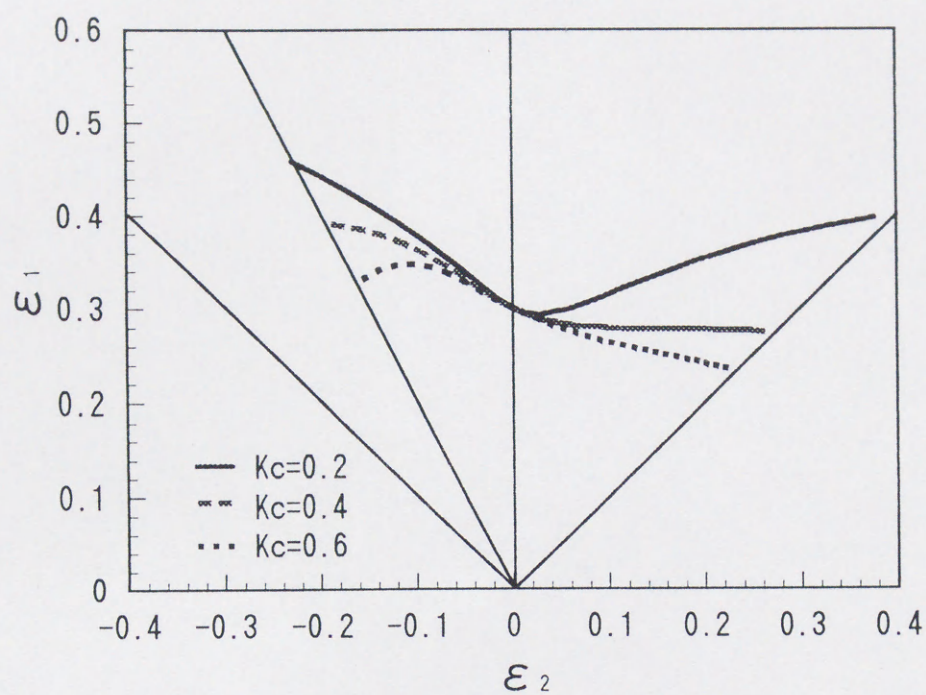


図4.2 FLDに及ぼす応力増分依存性パラメータ K_c の影響
($n = 0.3, \bar{r} = 1.5$)

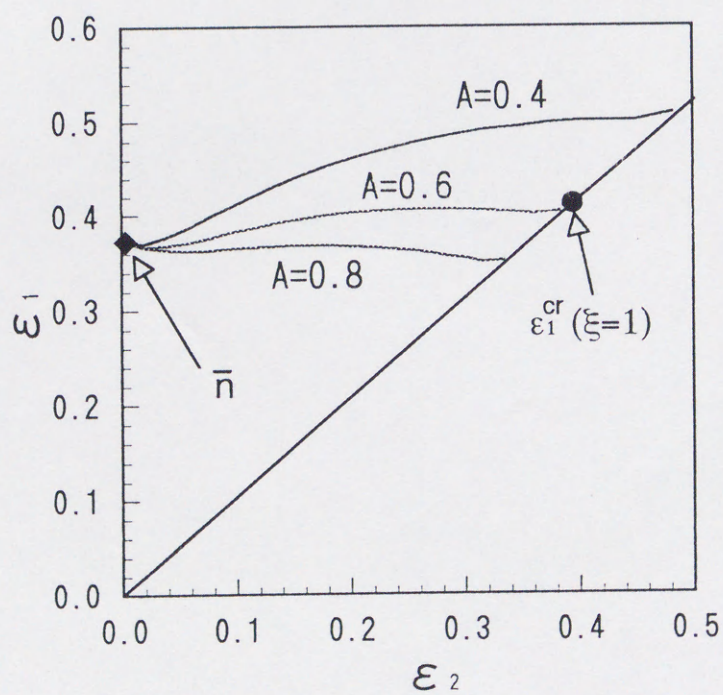


図4.3 パラメータ K_c の決定方法

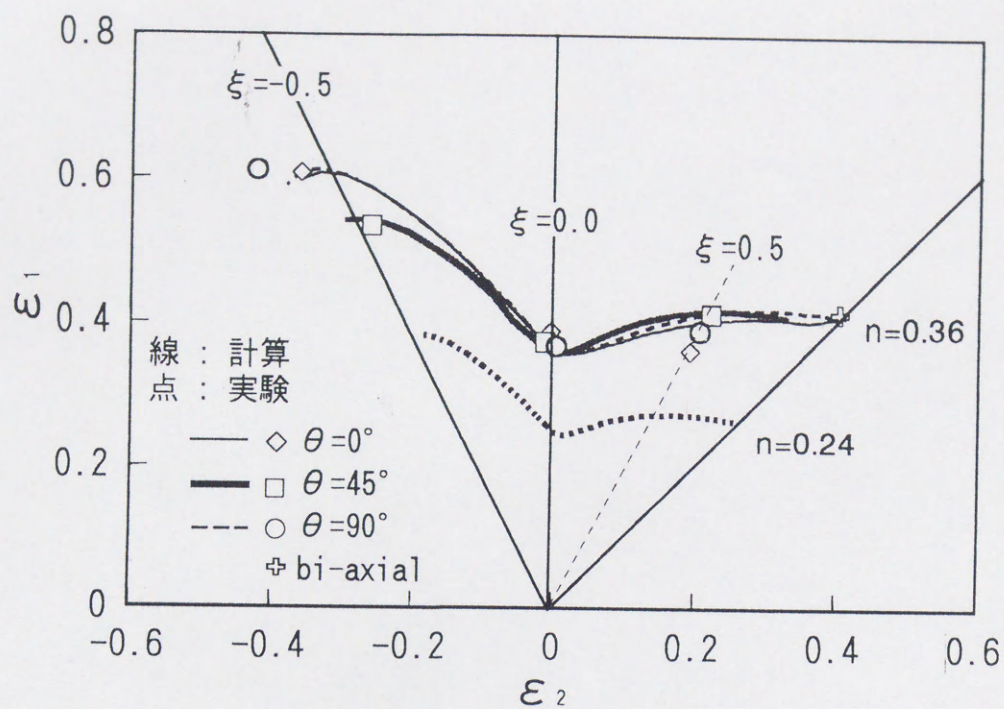


図4.4 K_c の妥当性の検討

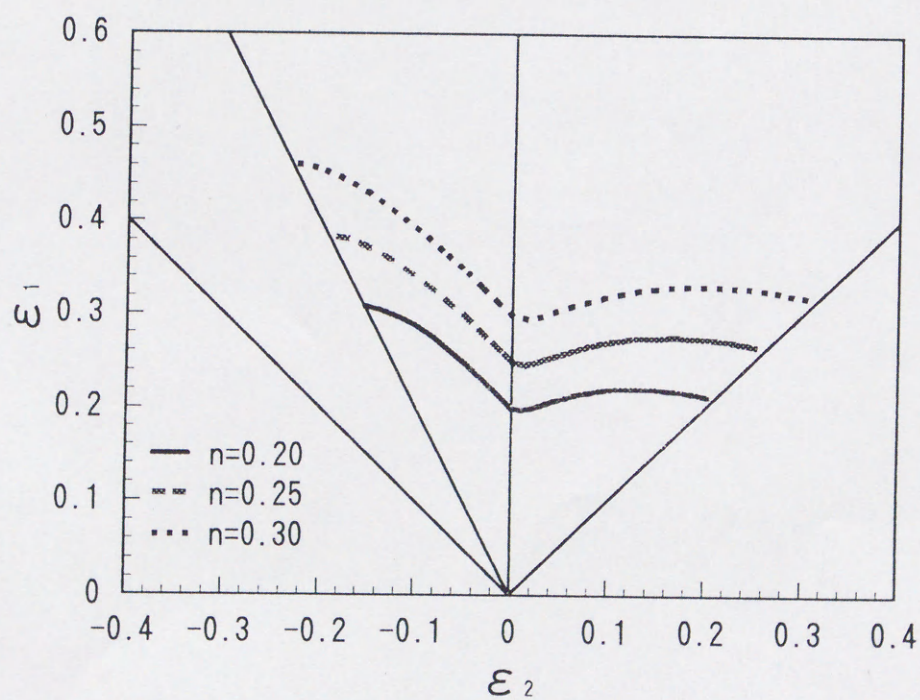


図4.5 FLDに及ぼす n 値の影響 ($\bar{r} = 1.5, A = 0.6$)

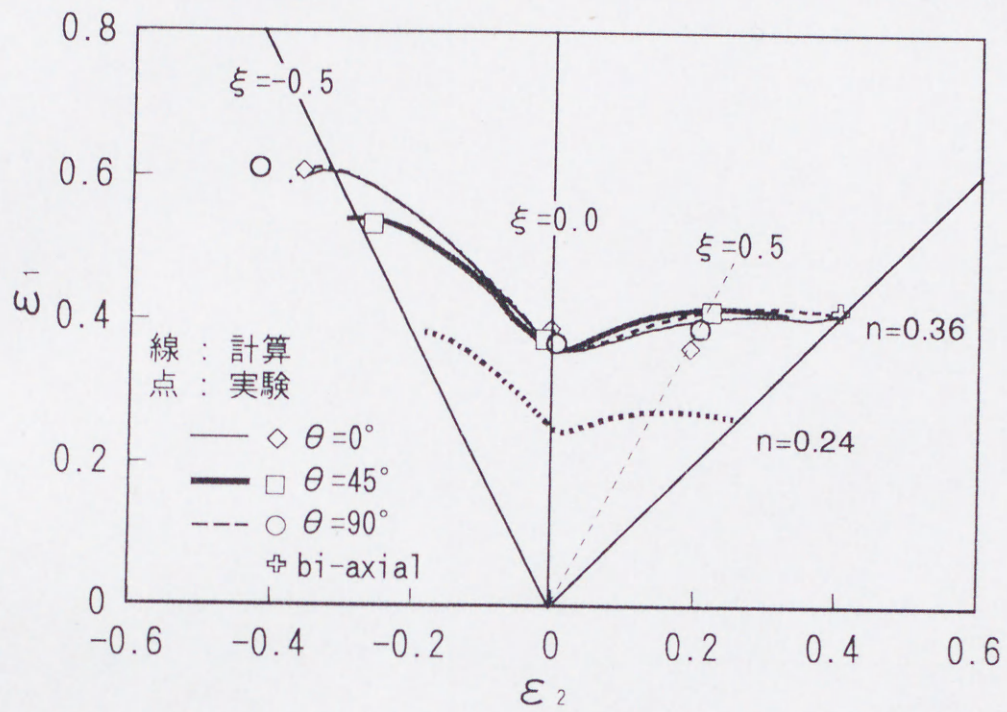


図4.4 K_c の妥当性の検討

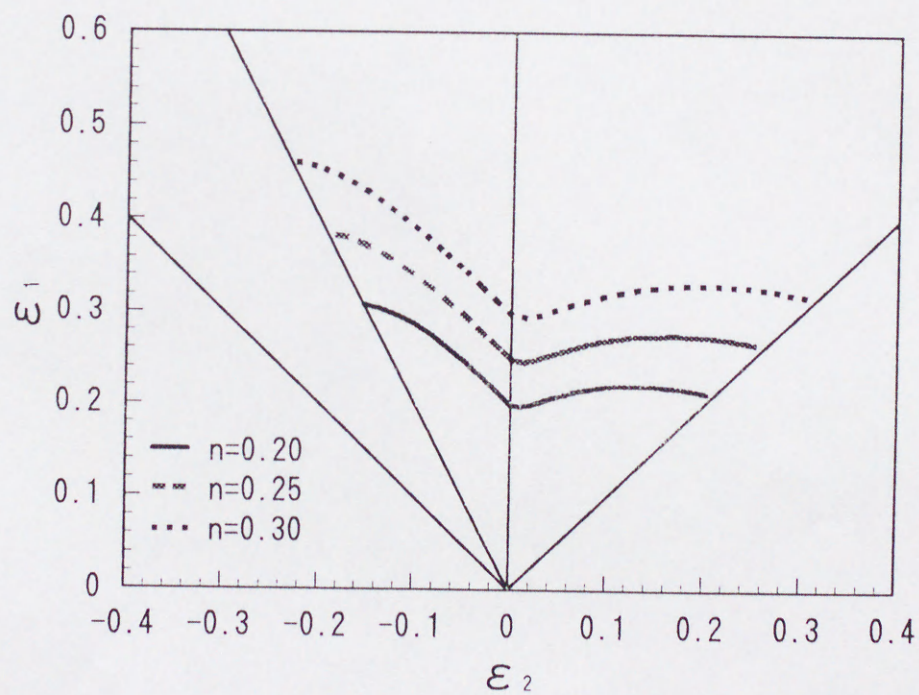


図4.5 FLDに及ばず n 値の影響 ($\bar{r} = 1.5, A = 0.6$)

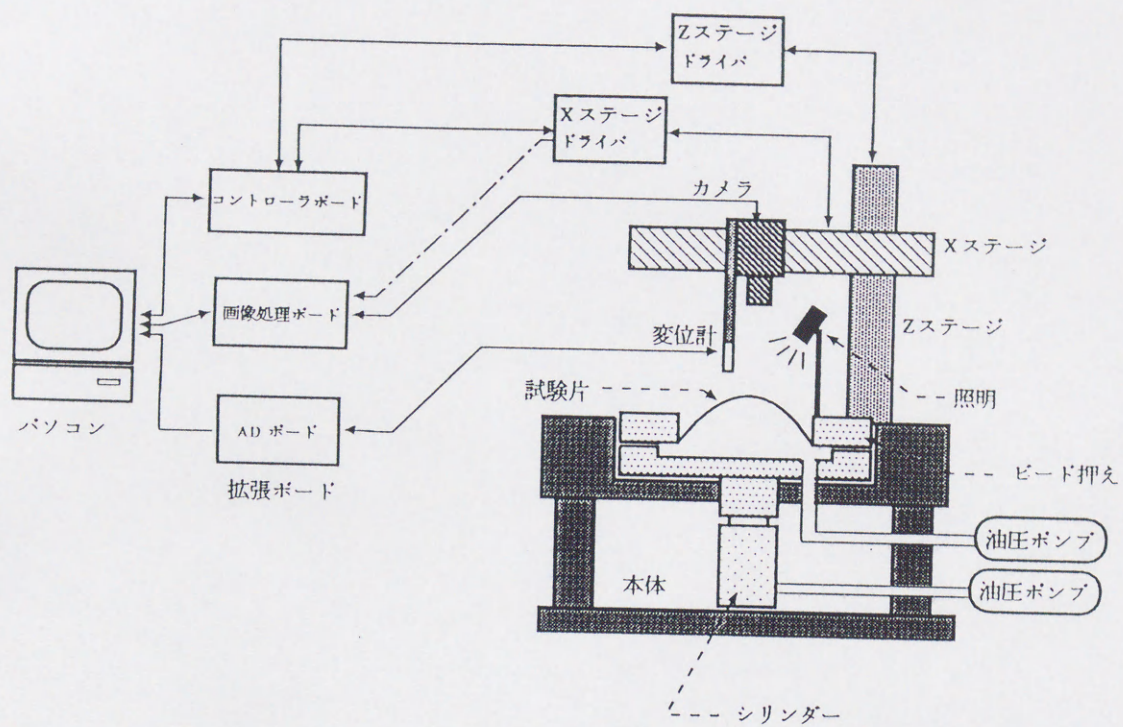


図4.6 応力とひずみをリアルタイムで測定する
液圧バルジ実験装置の全体概略図

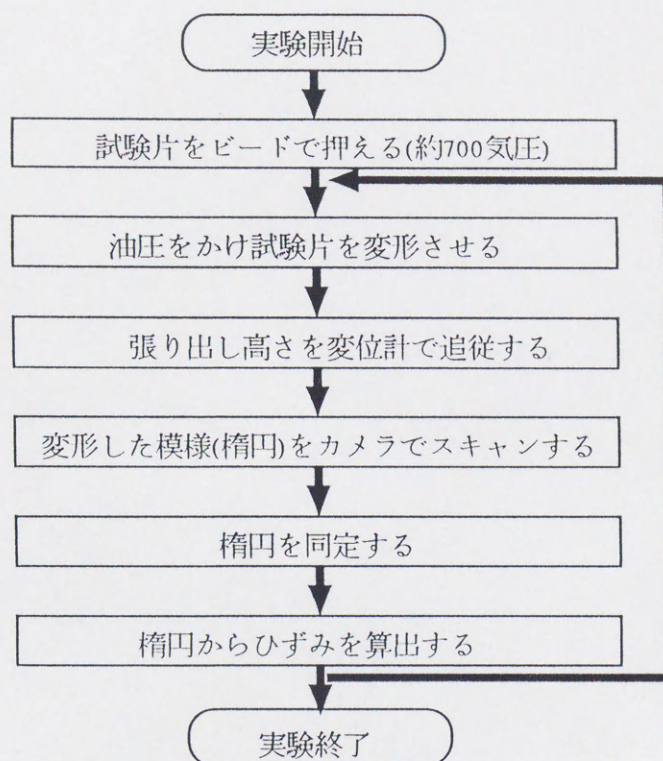
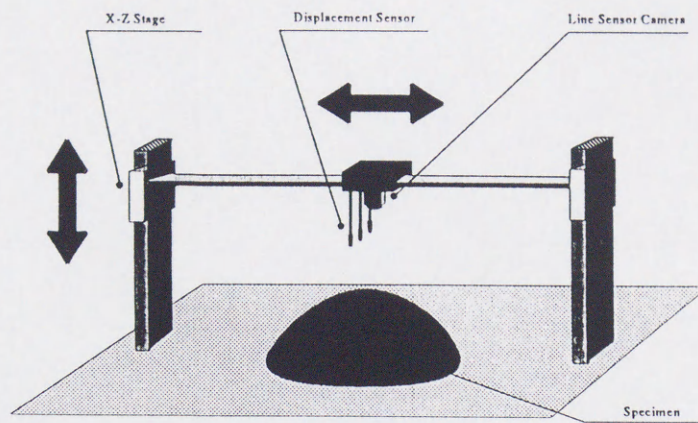


図4.7 測定の流れ

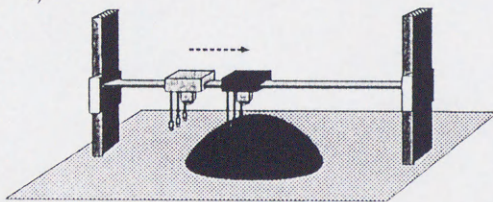
表4.3 装置のスペック

ラインセンサカメラ (NED : YH5000)	画素数	5000
	画素サイズ	$7 \times 7 \mu\text{m}$
	全画素長	35mm
X ステージ (THK リニアサーボガイド)	最小分解能	$0.5 \mu\text{m/s}$
	絶対位置精度	$24 \pm 10 \mu\text{m}$
	繰返し位置精度全画素長	$\pm 0.5 \mu\text{m}$
Z ステージ (THK LM ガイドアクチュエータ)	繰返し位置精度	$\pm 3 \mu\text{m}$
	位置決め精度	$\pm 25 \mu\text{m}$
変位計 (東京精密)	精度	$\pm 1 \mu\text{m}$
	ストローク	10 mm
	直線範囲	$\pm 1500 \mu\text{m}$

測定方法

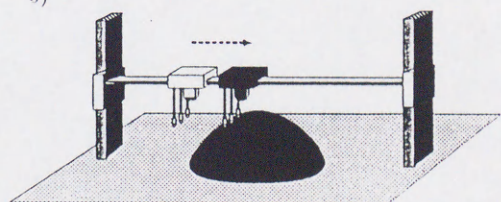


1)



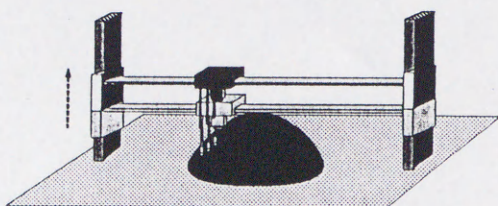
●中央の変位計による試料の頂点の絶対変位測定
(X 軸の移動)

3)



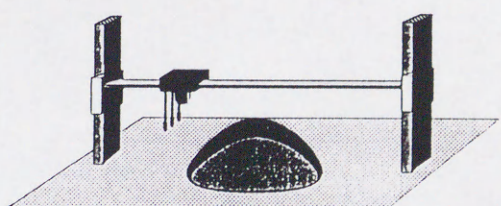
●ラインセンサーによるスクライブドサークルのスキャン
(X 軸の移動)

2)



●試料の頂点変位に応じて Z 軸の移動
(カメラの焦点合わせ)

4)



●油圧の上昇

図4.8 測定方法の模式図

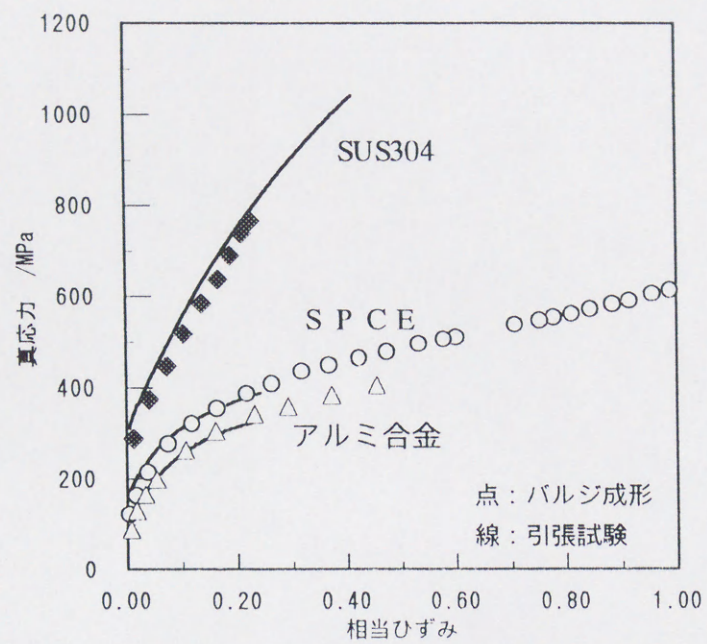


図4.9 新たな試験機により測定されたS-Sカーブ

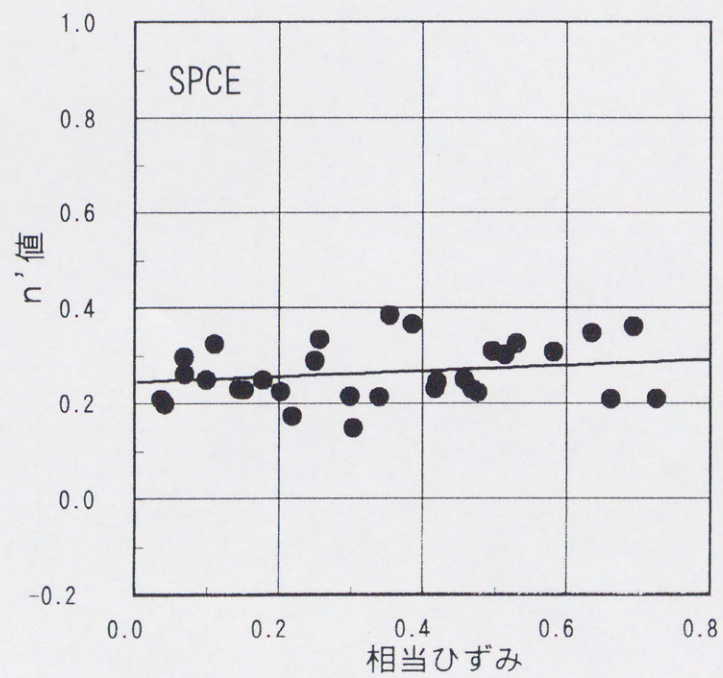


図4.10 n 値のひずみ依存性 (SPCE)

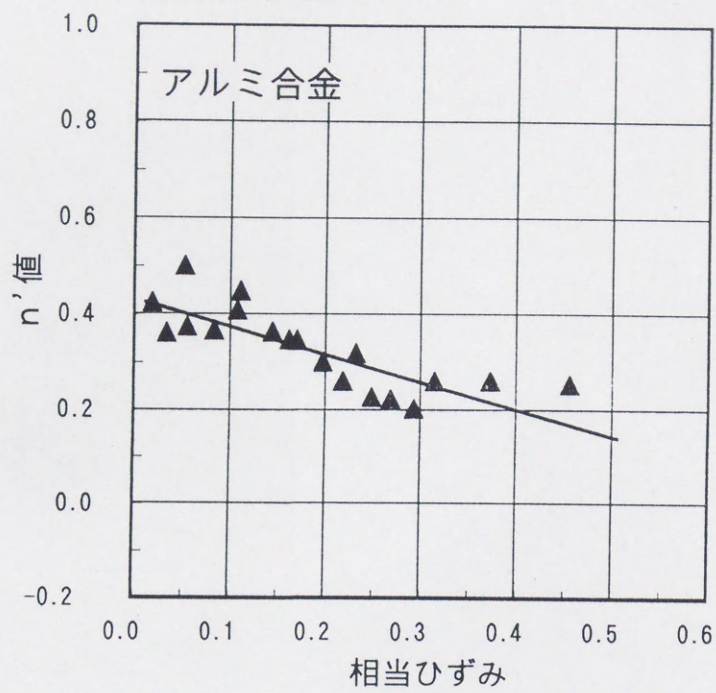


図4.11 n 値のひずみ依存性(アルミ合金)

表4.4 加工硬化指数及び応力増分依存性パラメータの測定値

材料	n	n'	\bar{n}	A
SPCE(J)	0.24	0.27	0.36	0.48
5000系 Al(D)	0.33	0.27	0.28	0.72

n : 引張試験より定めた加工硬化指数,
 n' : バルジ試験より定めた加工硬化指数,
 \bar{n} : 等価 n 値, A : 構成式パラメータ

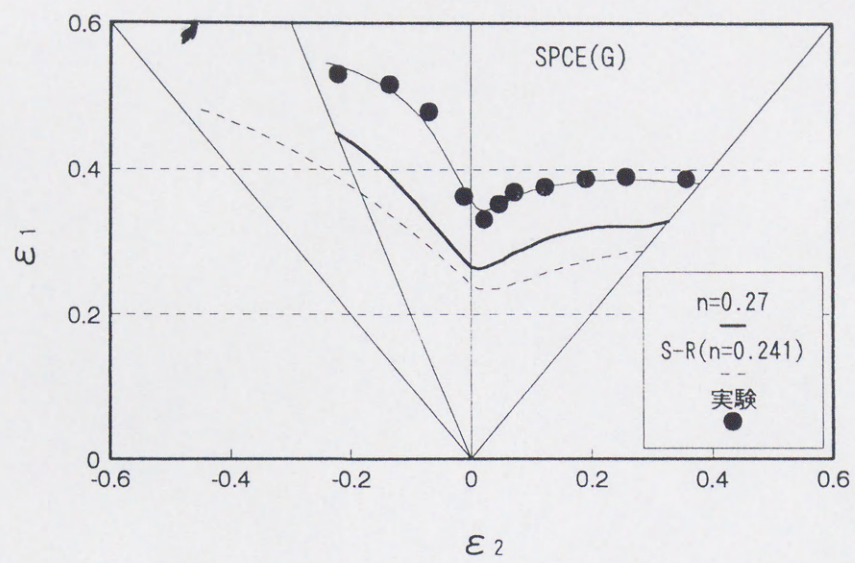


図4.12 液圧バルジ試験より求めた n 値によるFLD(SPCE)

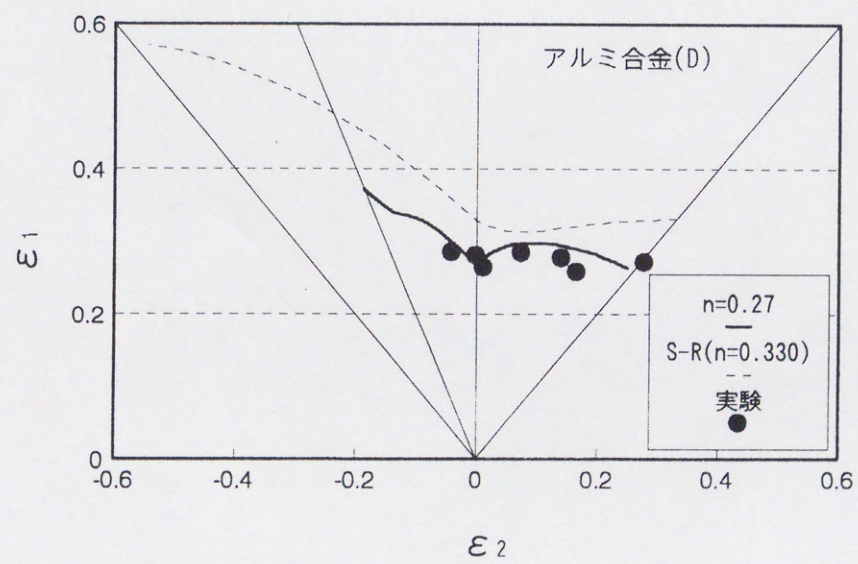


図4.13 液圧バルジ試験より求めた n 値によるFLD(アルミ合金)

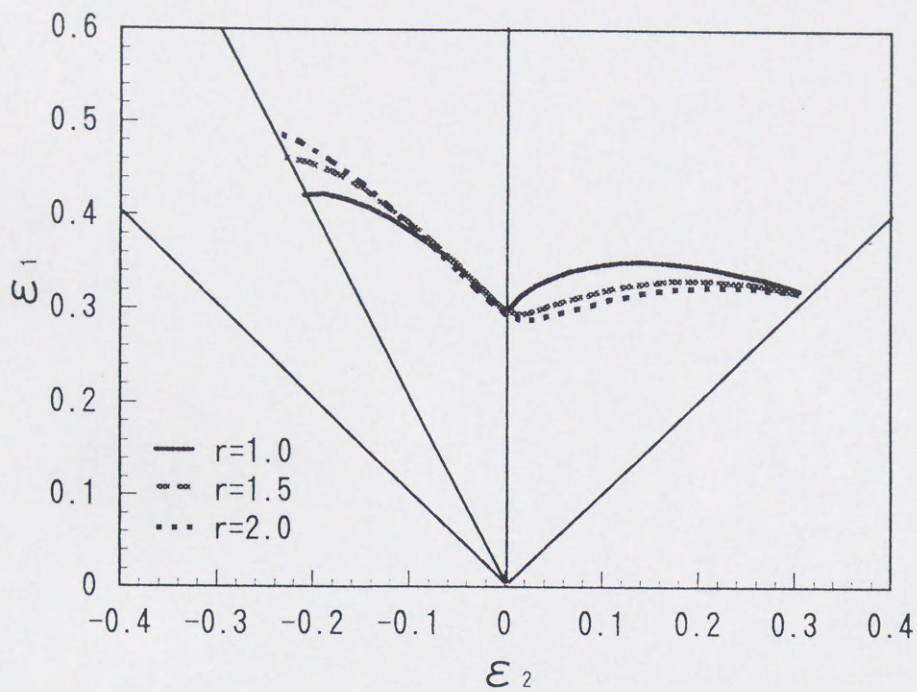


図4.14 FLD に及ぼす r 値の影響 ($n = 0.3, A = 0.6$)

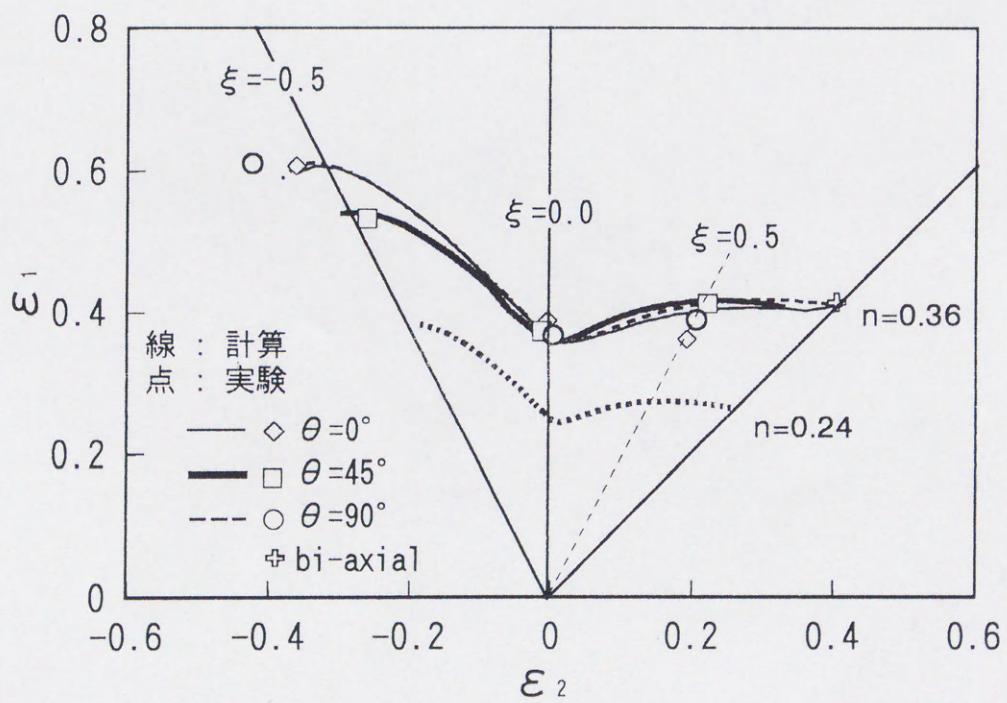


図4.15 FLD に及ぼす異方性主軸と応力主軸のなす角度 θ の影響

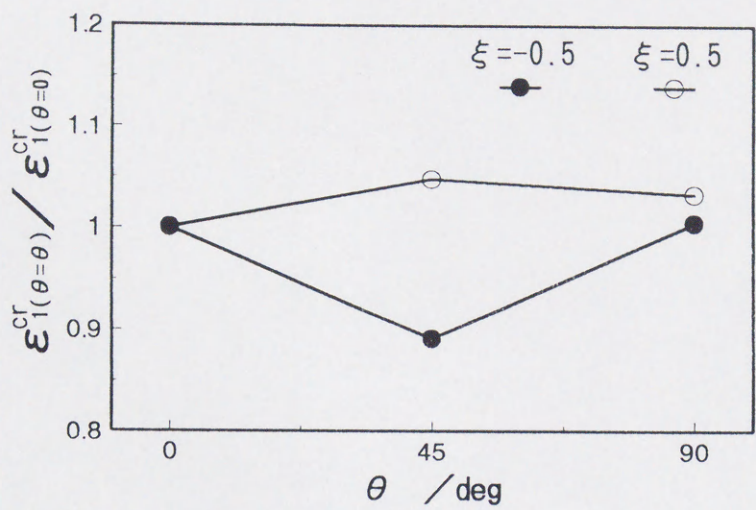
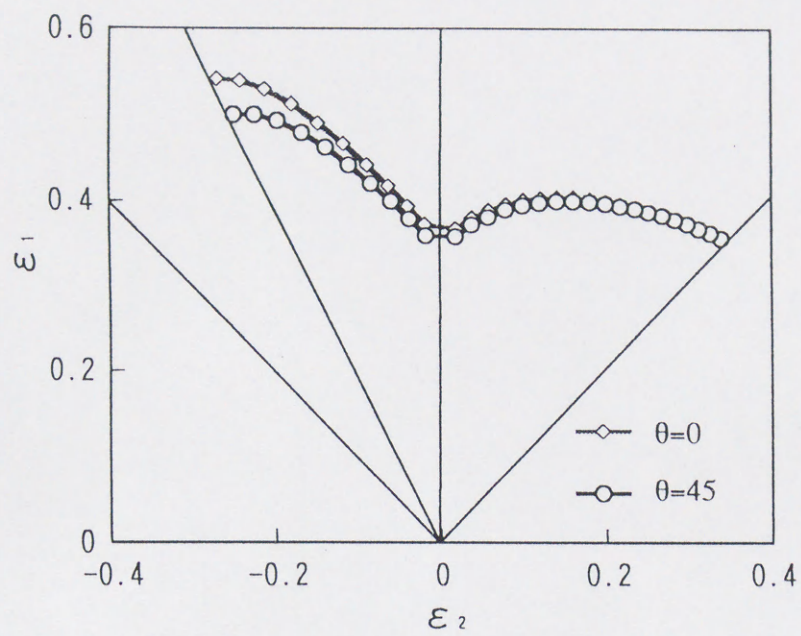


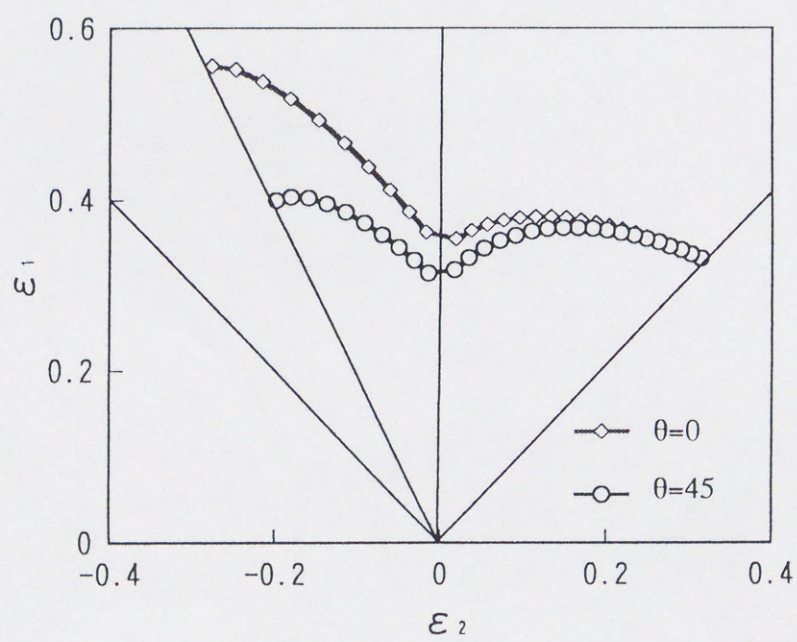
図4.16 代表的なひずみ比 ξ における θ の影響

表4.5 異方性パラメータ

条件	変形異方性パラメータ				強度異方性パラメータ			
	F_d	G_d	H_d	N_d	F_y	G_y	H_y	N_y
$\sigma_{45}/\sigma_0 = 1.08$	0.500	0.500	0.500	1.500	0.588	0.588	1.000	2.118
$\sigma_{45}/\sigma_0 = 1.39$	0.500	0.500	0.5000	1.500	0.435	0.435	1.000	1.043
$\Delta r = 0.4$	0.588	0.588	1.000	2.118	0.500	0.500	0.500	1.500
$\Delta r = 0.8$	0.526	0.526	1.000	1.684	0.500	0.500	0.500	1.500

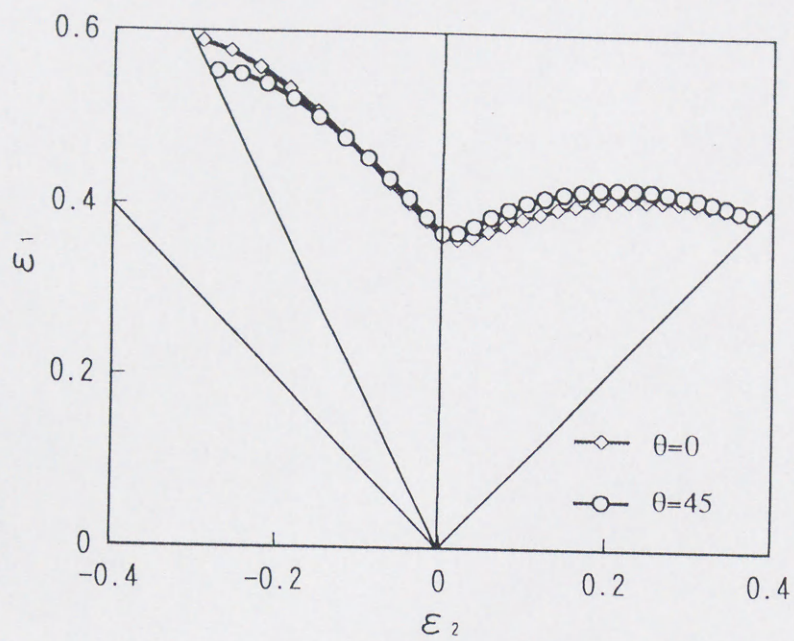


(1) $\sigma_{45}/\sigma_0 = 1.08$

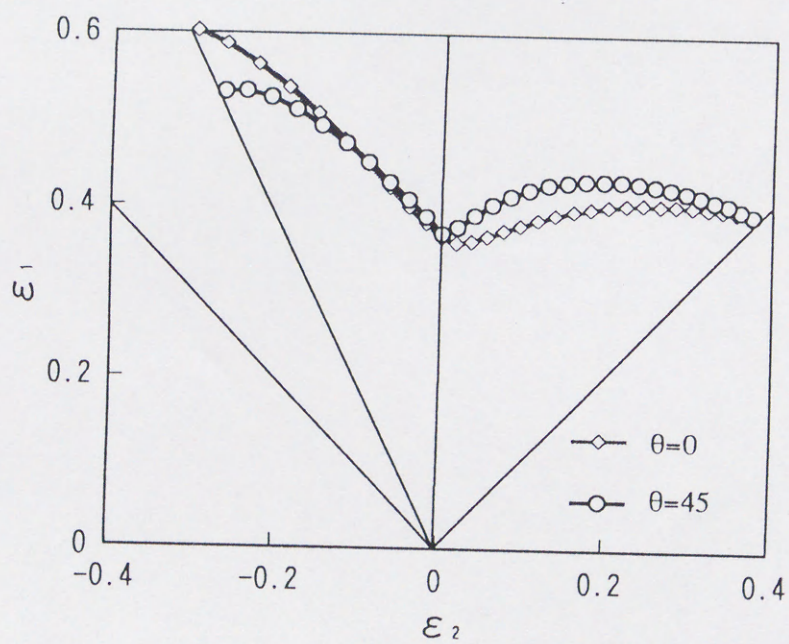


(2) $\sigma_{45}/\sigma_0 = 1.39$

図4.17 降伏強度の面内分布の影響



(1) $\Delta r = 0.4$



(2) $\Delta r = 0.8$

図4.18 変形異方性の面内分布の影響

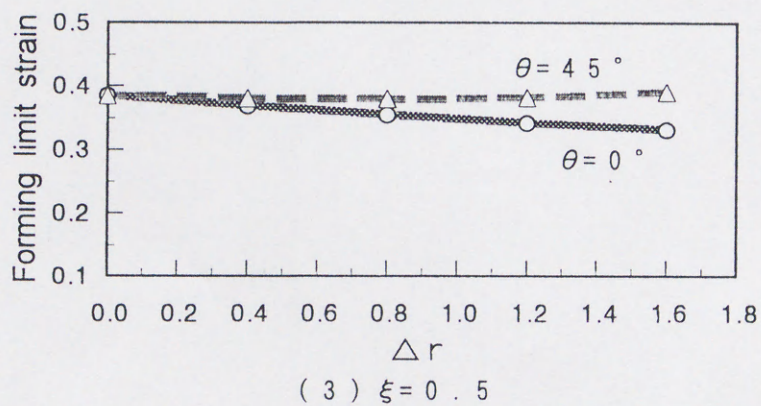
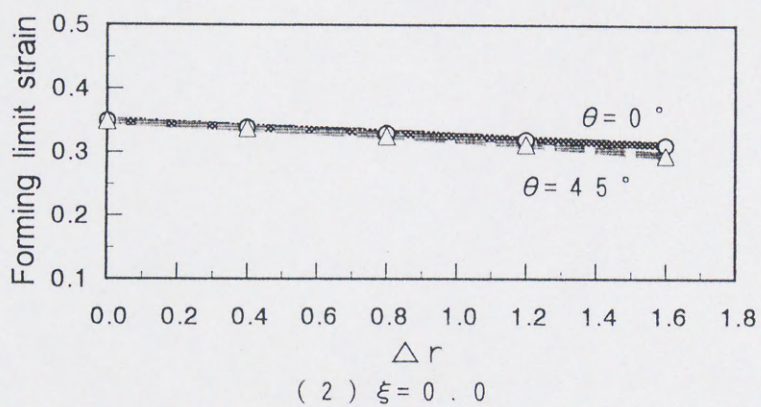
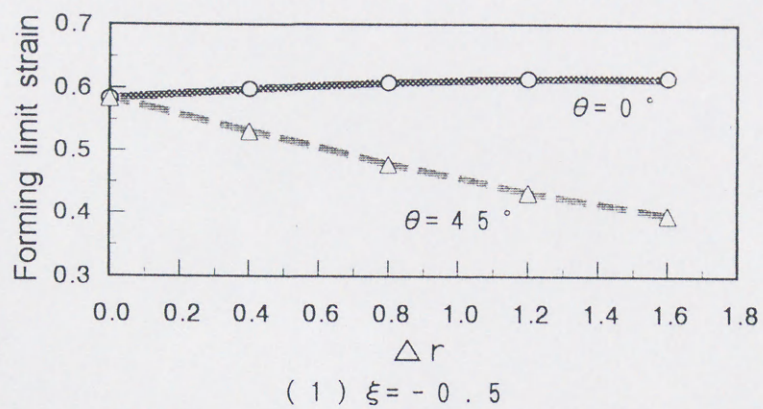
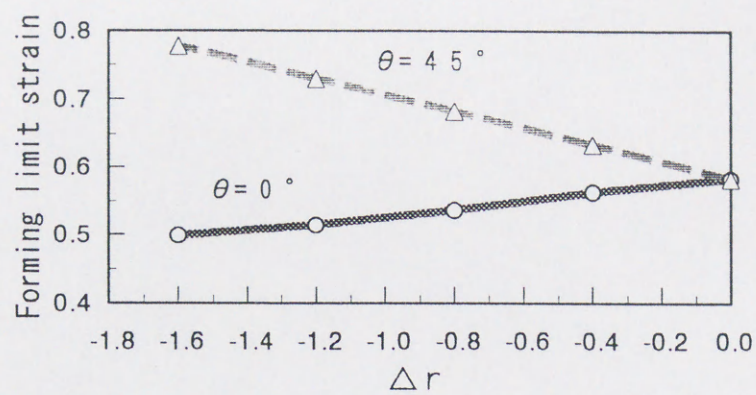
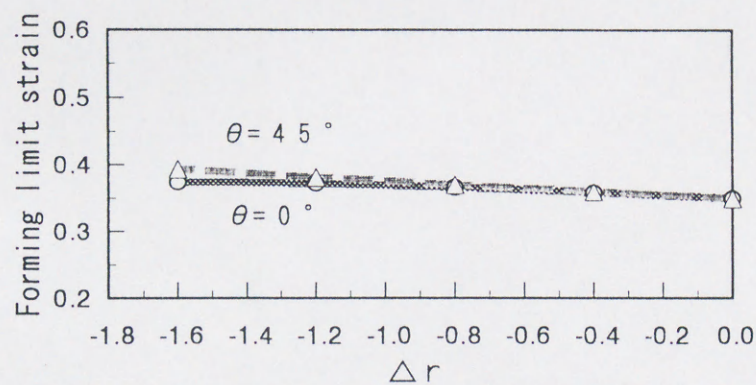


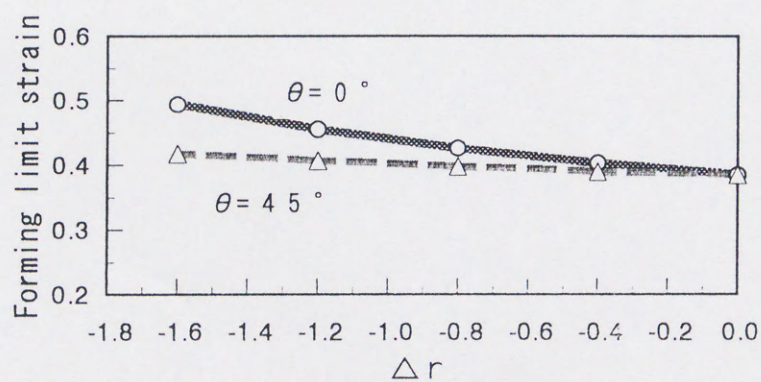
図4.19 破断限界ひずみに及ぼす Δr の影響(V字型)



(1) $\xi = -0.5$



(2) $\xi = 0.0$



(3) $\xi = 0.5$

図4.20 破断限界ひずみに及ぼす Δr の影響(逆V字型)

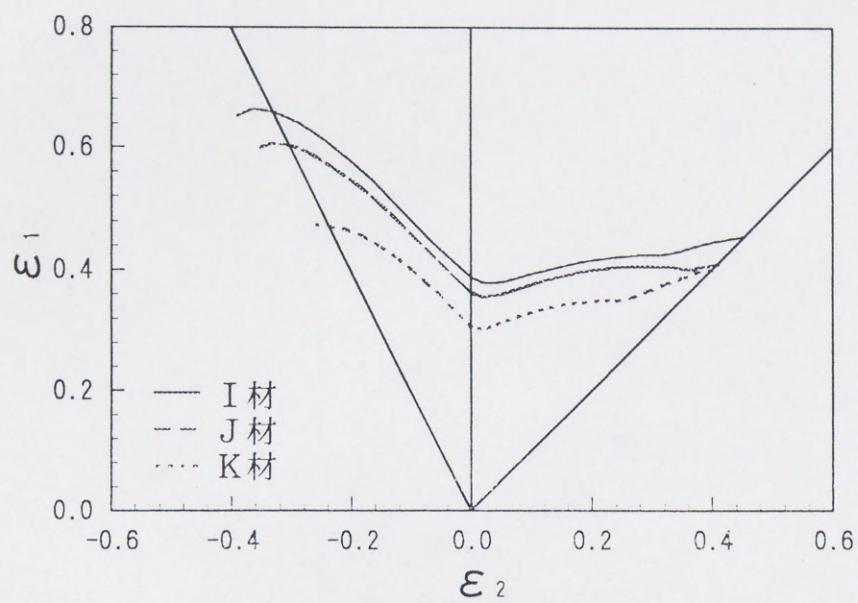


図4.21 FLDに及ぼす銅種の影響 ($\theta = 0^\circ$)

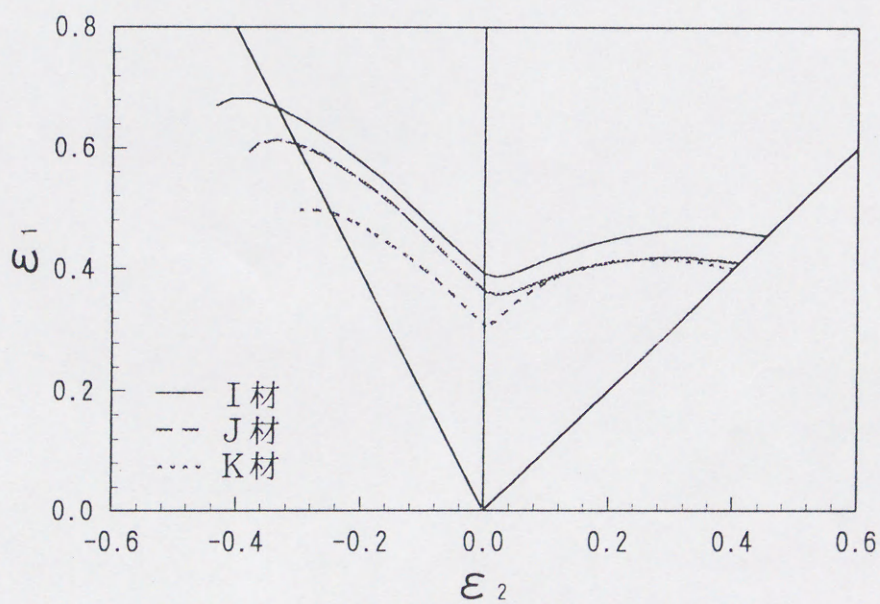


図4.22 FLDに及ぼす銅種の影響 ($\theta = 90^\circ$)

第 5 章 応力増分依存性を考慮した構成式を用いた有限要素法解析

5.1 緒 言

塑性加工問題の解析に使われている有限要素法プログラムでは弾塑性体の構成式として、除荷及び塑性負荷の基準が明確な Prandtl-Reuss 則が最も多く使われている。これは、元来、有限要素法プログラムが汎用的な解析手法として、幅広い問題に利用可能なように作られているため、弾塑性の構成式として、これまで最も一般的とされていた Prandtl-Reuss 則の使用が主流であったと思われる。近年の計算機能力の急速な進歩を背景に、有限要素法ソフトウェアを生産現場などで実用的な使用が望まれつつある現状では、当然、解析の予測精度に求められる要求が一層シビアになってきており、今後益々その傾向が強まることが予想される。それゆえ、有限要素法に用いられる構成式が今後、解析対象ごとに特化される形式で高精度化を要求されていくことも当然の成り行きと思われる。一方、本研究においても板材の成形評価システムの確立を目的としており、そのためには破断限界を正確に評価できる結果を得られる有限要素法解析が必要である。

精度の高い破断評価結果を得るために有限要素法に求められることは、ひずみの局所化過程を厳密に予測することである。特に変形過程の各ステップにおける、最大ひずみ量の予測精度が破断限界の決定に重要となる。FEM に使用する材料構成式により、ひずみの局所化の結果が大きく異なってくることが知られており、従来一

一般的に用いられている J2 流れ則では J2 コーナー論に比べひずみの局所化が抑制される傾向にあることが報告されている。また、第 2 章において、解析に用いる加工硬化指数 n 値が、破断危険位置の最大ひずみ量の計算結果に大きく影響することを述べた。このような状況をふまえ、本研究では、FEM 解析においてひずみの局所化を正確に予測し得るような材料構成式の検討及び入力する材料特性の厳密な評価が必須であると思われる。本章では第 3 章で提案した応力増分依存性を考慮した異方性構成式をシェル要素を用いた FEM プログラムへの導入を図る。構成式の材料パラメータ K_c は、その定義からひずみの局所化過程に影響を持つものと考えられ、FEM 解析結果に与える K_c の影響を調査する。また、 K_c の影響を踏まえた上で、第 4 章で検討した材料パラメータ決定法を用いて解析を行い、実験値との比較を行う。

5.2 新たな構成式の定式化と有限要素法への導入

伊藤－呉屋の構成式を前章の破断限界理論に適用する際は剛塑性で展開してきたが、本章では弾塑性有限要素法への導入を行うため、弾塑性への拡張を行う。弾性範囲では

$$d\varepsilon'^e = \frac{1}{2G} d\sigma \quad (5.1)$$

より、ひずみ増分 $d\varepsilon$ は次式で示される。

$$\begin{aligned} d\varepsilon' &= d\varepsilon'^e + d\varepsilon^p \\ &= \left(\frac{1}{2G} + K_D \right) d\sigma' + \frac{\mu}{H'} K_F (d\sigma' : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N \end{aligned} \quad (5.2)$$

式(5.2)の両辺に \mathbf{n}_N を内積して整理すると

$$(d\sigma' : \mathbf{n}_N) = \frac{(d\varepsilon' : \mathbf{n}_N)}{\frac{1}{2G} + \frac{\nu}{H'} (K_D + K_F)} \quad (5.3)$$

となる。ここで式(5.3)を式(5.2)に代入

$$d\varepsilon' = \left(\frac{1}{2G} + \frac{\mu}{H'} K_D \right) d\sigma' + \frac{\mu}{H'} \frac{K_F (d\varepsilon' : \mathbf{n}_N)}{\frac{1}{2G} + \frac{\mu}{H'} (K_D + K_F)} \mathbf{n}_N \quad (5.4)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2G^*} &= \frac{1}{2G} + \frac{\mu}{H'} K_D \\ \frac{1}{S^*} &= \frac{\mu K_F}{\frac{H'}{2G} + \mu (K_D + K_F)} \end{aligned}$$

とおくと、式(5.4)は次式のようになる。

$$d\varepsilon' = \frac{1}{2G^*} d\sigma' + \frac{1}{S^*} (d\varepsilon' : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N \quad (5.5)$$

よって式(5.5)より

$$d\sigma = 2G^* d\varepsilon' - \frac{2G^*}{S^*} (d\varepsilon : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N \quad (5.6)$$

ここで

$$d\sigma' = d\sigma - \kappa d\varepsilon_V \mathbf{I} \quad \kappa : \text{体積弾性率} \quad d\varepsilon_V = d\varepsilon_{kk} \quad (5.7)$$

ゆえに、式(5.6)(5.7)より

$$d\sigma = 2G^* d\varepsilon + (\kappa - 2G^*) d\varepsilon_V \mathbf{I} - \frac{2G^*}{S^*} (d\varepsilon : \mathbf{n}_N) \mathbf{n}_N \quad (5.8)$$

よって接線剛性テンソル D は

$$D = \begin{bmatrix} G^* + A - Bn_{11}^2 & A - Bn_{11}n_{22} & A - Bn_{11}n_{33} & -Bn_{11}n_{12} & -Bn_{11}n_{23} & -Bn_{11}n_{31} \\ \cdot & G^* + A - Bn_{22}^2 & A - Bn_{22}n_{33} & -Bn_{12}n_{22} & -Bn_{22}n_{23} & -Bn_{22}n_{31} \\ \cdot & \cdot & G^* + A - Bn_{33}^2 & -Bn_{12}n_{33} & -Bn_{23}n_{33} & -Bn_{33}n_{31} \\ \cdot & \cdot & \cdot & G^* - Bn_{12}^2 & -Bn_{12}n_{23} & -Bn_{12}n_{31} \\ \cdot & \text{sym} & \cdot & \cdot & G^* - Bn_{23}^2 & -Bn_{23}n_{31} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & G^* - Bn_{31}^2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

ただし

$$A = -\frac{2}{3}G^* + \kappa$$

$$B = \frac{2G^*}{S^*}$$

となる。

ここまでに導かれた新たな構成式をシェル要素を用いた有限要素法プログラム ITAS-3D¹⁾に組み込むことを考える。第2章では計算時間の制約などから膜要素による有限要素法プログラムを用いていたが、膜要素では曲げを考慮できない、ロッキングと呼ばれる1要素が異常に大きな変形を起こすなどの問題点があった。板成形問題では常に曲げ変形による板厚方向の応力、ひずみ分布が存在するので、その影響を考慮できるシェル要素の方が相応しい。また、将来的には、板成形の重要な課題であるスプリングバック問題への対応が望まれるが、膜要素では対応できないため、本章において、シェル要素を用いた有限要素解析への展開を考える。

ITAS-3Dの弾塑性構成マトリクスは

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e - f_0 \bar{Z}_{ij} \bar{Z}_{kl} \quad (5.10)$$

で示される様に (弾塑性) = (弾性) + (塑性) の形式となっている。一方, 新たな構成式 (5.8) は既に弾塑性の形式で得ているが, プログラムへの導入を考えた場合, マトリクスの弾性成分を引いた形式で塑性マトリクス部を入れ替える方法が最も適切と思われる。そこで, 新構成式の塑性マトリクス部を導出する。新構成式は弾塑性形式で

$$d\sigma = 2G^* d\varepsilon + (K - \frac{2}{3}G^*) d\varepsilon_V \mathbf{I} - \frac{2G^*}{S^*} (d\varepsilon : \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (5.11)$$

$$d\hat{\sigma}_{ij} = \left\{ 2G^* \delta_{ik} \delta_{jl} + (K - \frac{2}{3}G^*) \delta_{ij} \delta_{kl} - \frac{2G^*}{S^*} n_{ij} n_{kl} \right\} d\hat{\varepsilon}_{kl} \quad (5.12)$$

$$C_{ijkl}^{\hat{e}p} = C_{ijkl}^{\hat{e}} - C_{ijkl}^{\hat{p}} \quad (5.13)$$

よって,

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{\hat{p}} &= C_{ijkl}^{\hat{e}} - C_{ijkl}^{\hat{e}p} \\ &= \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ &\quad - 2G^* \delta_{ik} \delta_{jl} - (K - \frac{2}{3}G^*) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{2G^*}{S^*} \hat{n}_{ij} \hat{n}_{kl} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} -C_{ijkl}^{\hat{p}} &= \tilde{f} \tilde{Z}_{ij} \tilde{Z}_{kl} + (2G^* - \mu) \delta_{ik} \delta_{jl} - \mu \delta_{il} \delta_{jk} \\ &= \tilde{f} \tilde{Z}_{ij} \tilde{Z}_{kl} + (2G^* - 2\mu) Y_{ij} Y_{kl} \\ \tilde{Z}_{ij} &= \sqrt{-\lambda + K - \frac{2}{3}G^* \delta_{ij}} - \sqrt{\frac{2G^*}{S^*}} n_{ij} \\ \tilde{Z}_{kl} &= \sqrt{-\lambda + K - \frac{2}{3}G^* \delta_{kl}} - \sqrt{\frac{2G^*}{S^*}} n_{kl} \end{aligned} \quad (5.15)$$

ITAS-3D では要素剛性方程式の組立はシェル座標系で, また D マトリクスの組立は材料座標系で行っており, 座標変換が必要となる。また, 従来では構成式に J2 流れ則を用いているため, 現在の応力値のみから構成式の係数を決定できるが, 新たに導入する応力増分依存性を考慮した構成式では応力増分値の情報が繋がっていないと係数決まらない。ITAS-3D に新たな構成式を導入を行うための具体的な手順について以下に記す。

(1) 要素剛性方程式の組立

板解析用シェル要素 No.24,39 ではサブルーチン GENES24,GENS39 の中で, 弾塑性の構成マトリクスを計算するサブルーチン GENCEP を CALL している. 新しいプログラムではサブルーチン GENNEWCEP を呼びにいくように変更する.

(2) 弾塑性構成式の計算 (サブルーチン GENNEWCEP)

1. 弾性マトリクスの計算

E: ヤング率, ν : ポアソン比, Λ , G: ラーメの定数

$$\bar{C}_{ijkl}^e = \Lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (5.16)$$

2. 塑性変形域の判定

$$IEP \leq 0 \quad \text{ならば RETURN}$$

3. 応力値, 応力増分値の座標変換 (材料座標系へ)

CALL ROTINV

4. 構成式成分 (Z_{ij}) の計算

$$g(\sigma') = F_d(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G_d(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H_d(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L_d\sigma_{23}^2 + 2M_d\sigma_{31}^2 + 2N_d\sigma_{12}^2 \quad (5.17)$$

$$Z_{11} = H_d(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + G_d(\sigma_{11} - \sigma_{33}) \quad (5.18)$$

$$Z_{22} = F_d(\sigma_{22} - \sigma_{33}) - H_d(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \quad (5.19)$$

$$Z_{33} = -G_d(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - F_d(\sigma_{22} - \sigma_{33}) \quad (5.20)$$

$$Z_{12} = Z_{21} = N_d\sigma_{12} \quad Z_{23} = Z_{32} = L_d\sigma_{23} \quad Z_{13} = Z_{31} = M_d\sigma_{13} \quad (5.21)$$

5. 相当応力 σ_{eq} , $|Z|$ の計算

6. 偏差応力成分の計算

$$p = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3 \quad \sigma'_{11} = \sigma_{11} - p, \quad \sigma'_{22} = \sigma_{22} - p \quad \sigma'_{33} = \sigma_{33} - p \quad (5.22)$$

$$\sigma'_{23} = \sigma_{23}, \quad \sigma'_{13} = \sigma_{13}, \quad \sigma'_{12} = \sigma_{12}, \quad \sigma'_{32} = \sigma_{32}, \quad \sigma'_{31} = \sigma_{31}, \quad \sigma'_{21} = \sigma_{21} \quad (5.23)$$

7. 構成式パラメータの計算 (α, β, μ の決定)

$$\cos \alpha = \frac{\sigma' : d\sigma'}{|\sigma'| |d\sigma'|} \quad (5.24)$$

$$\beta = K_c \alpha (= K_c(\sigma_{ij})\alpha) \quad (5.25)$$

$$\mu = \cos \alpha \quad (0 < \alpha < 90^\circ) \quad (5.26)$$

$$= 0 \quad (90^\circ < \alpha) \quad (5.27)$$

8. Natural direction n_N 成分の決定

$$\begin{aligned} n_{11} &= \lambda \left(\frac{Z_{11}}{\sqrt{Z_{11}^2 + Z_{22}^2 + Z_{33}^2}} - K_c \frac{\sigma'_{11}}{\sqrt{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}} \right) \\ &= \lambda \left(\frac{Z_{11}}{\sqrt{Z_{11}^2 + Z_{22}^2 + Z_{33}^2}} - K_c \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sigma'_{11}}{\sigma_{eq}} \right) \\ n_{22} &= \lambda \left(\frac{Z_{22}}{\sqrt{Z_{11}^2 + Z_{22}^2 + Z_{33}^2}} - K_c \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sigma'_{22}}{\sigma_{eq}} \right) \\ n_{33} &= \lambda \left(\frac{Z_{33}}{\sqrt{Z_{11}^2 + Z_{22}^2 + Z_{33}^2}} - K_c \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sigma'_{33}}{\sigma_{eq}} \right) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$n_{12} = \cdots \quad n_{13} = \cdots \quad n_{23} = \cdots \quad n_{21} = \cdots \quad n_{31} = \cdots \quad n_{32} = \cdots$$

9. 加工硬化度 H' の計算

$$H' = C \times n \times (\varepsilon_{eq}^p + \varepsilon_0)^{(n-1)} \quad \text{ただし } \sigma_{eq} = C(\varepsilon_{eq}^p + \varepsilon_0)^n \quad (5.29)$$

10. f_0 の計算

$$f_0 = \sqrt{\frac{4\mu G^2}{H' + 2\mu G K_D}} \quad (5.30)$$

11. 構成式成分 (Z_{ij}) の座標変換 (シエル座標系へ)

CALL ROTATE

12. 構成式 \bar{C}_{ijkl}^{ep} の更新

$$\bar{C}_{ijkl}^{ep} = \bar{C}_{ijkl}^e - f_0 Z_{ij} Z_{kl} \quad (5.31)$$

$$\bar{C}_{ijkl}^{ep} = \bar{C}_{ijkl}^{ep} - \frac{G(H' - 2\mu G K_D)}{H' + 2\mu G K_D} \quad (i = k, j = l) \quad (5.32)$$

$$\bar{C}_{ijkl}^{ep} = \bar{C}_{ijkl}^{ep} + G \quad (i = l, j = k) \quad (5.33)$$

以上の流れに従い、解析プログラムの追加及び修正を行った。組み込んだ新構成式の影響について検証を行うため、新プログラムを用いて1要素について平面応力解析を行った。要素は、板成形解析に用いられることの多い4節点4角形要素とし、板厚方向の積分点は1点とした。まず、1次変形の応力状態として単軸引張を与え2次変形に等二軸引張を与えた場合のひずみ経路を図5.1に示す。ひずみ増分方向の応力増分依存量を示す構成式のパラメータ K_c により、2次変形におけるひずみ経路が変化しているのが分かる。 $K_c = 0$ の場合に相当するJ2流れ則の場合は、1次変形から2次変形に移る過程で急激な負荷状態の変化が起こっているにも関わらず、ひずみ経路のゆるやかな変化を示している。これに比べ、 K_c の値が大きくなればなる程、負荷状態の変化点において、ひずみ経路の変化量が急になっており、最終的なひず

み状態でもひずみ比 ξ が大きくなる傾向が示された。次に、1次変形の応力状態として等二軸引張を与え2次変形に単軸引張を与えた場合のひずみ経路を図5.2に示す。この場合も同様に、J2流れ則の場合に比べて新構成式で K_c の値を大きくすればする程、負荷の変化点におけるひずみ経路の変化量が大きく、最終的なひずみ状態が等二軸変形状態から大きく離れることが明らかとなった。また、応力状態が(単軸引張→等二軸引張)に比べ、(等二軸引張→単軸引張)の方がひずみ経路の変化が大きいのは、等二軸引張に比べ単軸引張の方が面内の変形を大きく進行しやすいためと思われる。以上より、新プログラムより得られる有限要素解析結果は新たに組み込んだ応力増分依存性を考慮した新構成式の特徴を反映した結果であることを確認した。

5.3 新たな構成式を用いたFEM解析結果

前節において、板成形解析用FEMプログラムに新たな構成式を組み込み、1要素だけの解析において、その構成式のパラメータである K_c が解析結果に大きく影響することを示した。これより、FEM解析において K_c を正しく入力する必要性(J2流れ則では $K_c = 0$ 固定)を示されたと考えられる。ここでは、本プログラムを3次元板成形問題に適用し、 K_c の影響や実験との対応について検討することとする。図2.12に示す工具寸法、プランク寸法($W=140\text{mm}$)の球頭張出し成形の解析を行った。防錆油潤滑の条件で、SPCE(G材)、アルミ合金(D材)について $K_c = 0.0, 0.3, 0.5$ (一定)とした場合の解析を行い、ひずみ分布に及ぼす K_c の影響を調べた。図5.3、図5.4はそれぞれSPCEの場合の面内最大主ひずみ分布、板厚ひずみ分布に及ぼす K_c の影響を示したものである。また、図5.5、5.6はアルミ合金の場合の面内最大主ひずみ分布、板厚ひずみ分布に及ぼす K_c の影響を示したものである。これより、3次元板成形問題に適用した場合においても K_c の影響は大きく、 K_c が大きい程、主ひずみ ε_1 のピークの量が大きく、ひずみの局所化が進むことが明らかとなった。本解析プログラムを実成形に適用する場合は、使用される材料に応じて K_c の具体的な決定法が重

要となる。図5.3～図5.6にも示したように K_c の最大主ひずみ ϵ_1 のピークに及ぼす影響は大きく、ピークのひずみが成形限界に及ぼす重要な値であるので、 K_c 値を慎重に決定することが必要である。ここで解析に与える K_c を決定するにあたり、ひずみ依存性について材料のすべり系の観点から考察することとする。塑性変形は金属材料の多数の結晶粒内の特定の結晶面や方向に沿うすべりの集積として現れる。活動するすべり系は、臨界せん断応力を越えている系から選択されるが、ひずみが大きくなると、臨界せん断応力を越えたすべり系の数が増えてくる。このことから、ひずみの増大と共に活動すべり系の組み合わせの自由度が大きくなるので、ひずみの方向が応力の方向に対し変わりやすくなることが推察される。この影響を K_c というパラメータに集約しているのが新しく導入した構成式であり、 K_c がひずみ値と共に増大することにつながる。しかしながら、 K_c 値のひずみ依存性の影響については、これまでに定量化されておらず、具体的な式として与えられたものはない。ここでは1次近似的に K_c を相当ひずみの1次関数として与えることで、その影響を考慮することとする。

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{A \bar{\epsilon}^p}{2 \bar{n}} \quad (\bar{\epsilon}^p < \bar{n}) \\ &= \frac{A}{2} \quad (\bar{\epsilon}^p > \bar{n}) \end{aligned} \quad (5.34)$$

ここで、 A は第4章で K_c の応力依存性を定義した式の係数である。ここでは、SPCE(G材)、アルミ合金(D材)について、前章において決定した構成式の材料パラメータを用いて、球頭張出し成形への解析を行った。次に、表4.4に示すD材、G材について、高ひずみ域で定めた加工硬化係数 n' 値、構成式パラメータ A 値を用いて解析した。図5.7、図5.8はそれぞれSPCE、アルミ合金についての成形高さ30mmにおける主ひずみ分布の解析結果である。図5.7より、新たに導入された構成式をSPCEに適用した解析では、構成式にJ2流れ則を用いた場合に比べひずみのピーク値が大きくなっており、実験値の傾向に近づくことが分かる。この状態では、まだひずみの局所化があまり進んでいないことを考えると、解析結果に及ぼす構成式の影響が十分に得

られたと考えられる。また、図5.8は、アルミ合金の場合であるが、図中の白丸と黒丸で示されたマークが新たな構成式による結果とJ2流れ則の結果を比較したものである。J2流れ則を用いた結果に比べひずみのピーク値がかなり大きくなっていることが分かる。これはアルミ合金ではSPCEよりも大きな K_0 値を入力しており、それが結果に反映されているものと考えられる。実験との比較では、アルミの場合は実験において既に破断している状態なので定量的な比較は難しいが、ひずみ分布の比較において、パンチ接触領域におけるひずみ分布が実験に比べ中心よりにひずみのピークが位置する傾向が見られたが、これは次に述べる摩擦条件の影響によるものと考えられる。図中に摩擦係数 $\mu = 0.20$ の場合の結果も併せて示したが、パンチと接触する領域のひずみ分布は摩擦係数に大きく影響することが分かる。ここで入力した摩擦係数はプレス成形のフランジ流入が起こる部分を対象として面圧が $5 \sim 10 \text{ MPa}$ の平板摺動試験より求めている。この張出し成形においては成形の進行と共に面圧がさらに増大し、アルミ板の高面圧で金型との凝着を起こしやすい摩擦特性を解析の摩擦モデルに反映できていないため差が大きくなったと考えられる。このような材料ごとに異なる摩擦現象の解明や摩擦問題の面からの解析プログラムの精度向上も今後の課題である。

5.4 結 言

本研究において使用する有限要素法プログラムの構成式は、ひずみの局所変形過程を厳密に評価できるものが必要であり、そういう点で、その他の塑性加工問題に汎用的に用いられている Prandtl-Reuss 則は十分でない。そこで、本章においては局所変形時の応力方向の変化によるひずみの変化を敏感に捉えられると考えられる、ひずみ増分方向の応力増分依存性を考慮した新たな構成式のシェル要素有限要素法への導入を試みた。剛塑性で表現された構成式の弾塑性への拡張を行うと共に、シェル要素の材料座標系に異方性を考慮した形式で導入を完了した。図 5.1 に示されるように応力経路を途中で変化させた単要素の解析において、構成式のパラメータ K_c が大きくなるとひずみの変形経路が大きく変化することが分かった。この結果は、 K_c というパラメータを通してひずみ増分方向の応力増分依存性を表す、本構成式の特徴を十分に反映したものであり、新たな構成式を用いた FEM 解析を可能にした。また、3次元板成形問題に適用し、そのひずみの局所化現象に及ぼす K_c の影響を調査した。その結果、 K_c が大きい程、面内最大主ひずみの大きくなる領域が広がることや、板厚減少が顕著になることを明らかにした。また、実際の成形では、実材料について K_c 定める必要があるが、ここではすべりモデルの考察から相当ひずみに依存する形式として具体的に決定する手法を提案した。SPCE とアルミ合金について第 4 章で定めた材料パラメータを用いて解析を行った結果、J2 流れ則に比べ最大主ひずみのピーク値が大きくなることが得られ、実験値に近づく傾向が示された。また、 K_c の大きいアルミ合金の方がその傾向が顕著であることが分かった。また、アルミ合金では凝着しやすい摩擦特性を考慮しておらず、ひずみ分布が実験値に比べ小さくなったと考えられる。

これらより、新たな構成式を導入した FEM 解析手法によりひずみの局所化過程について十分な精度を得られると考えられる。

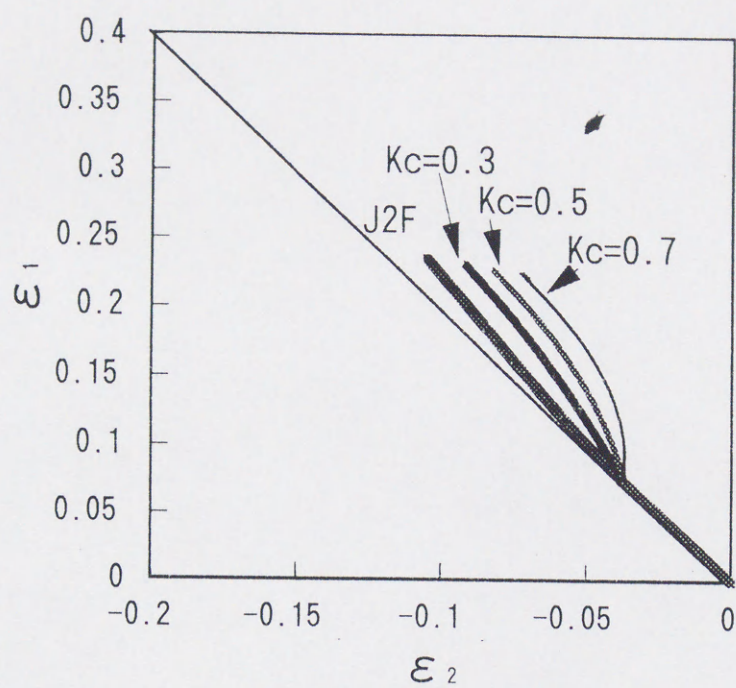


図5.1 変形経路に及ぼす K_c の影響 (1要素解析, 単軸→等二軸)

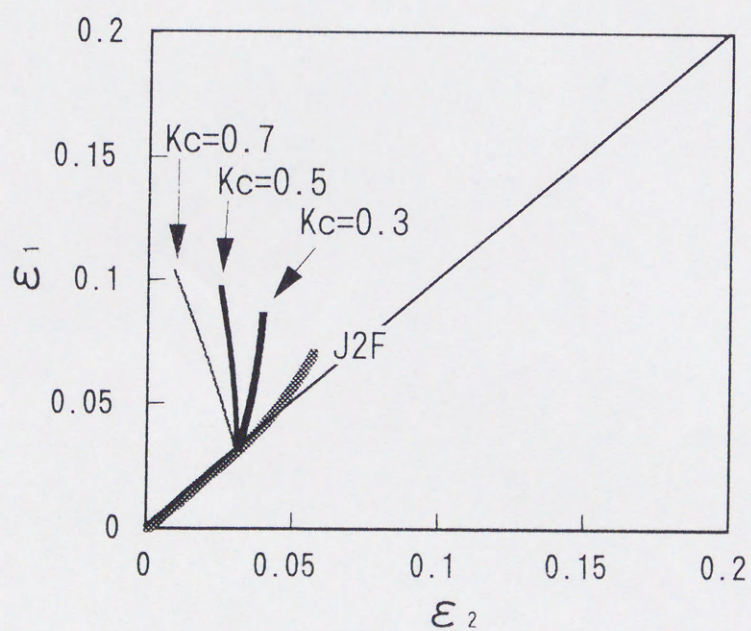
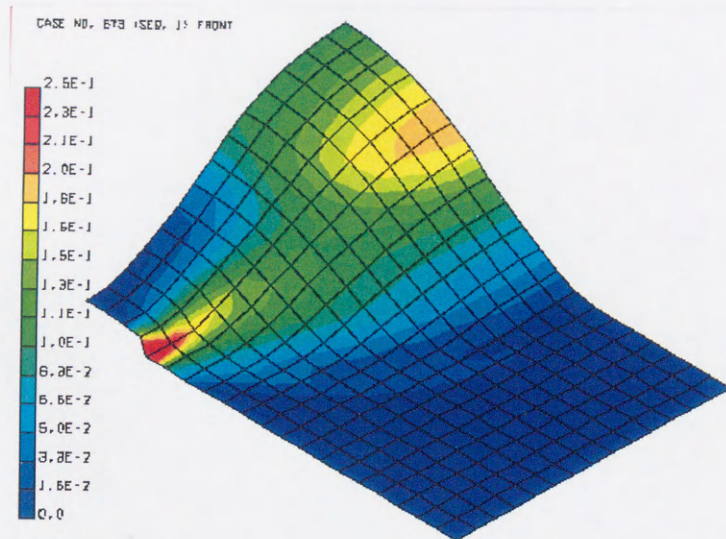
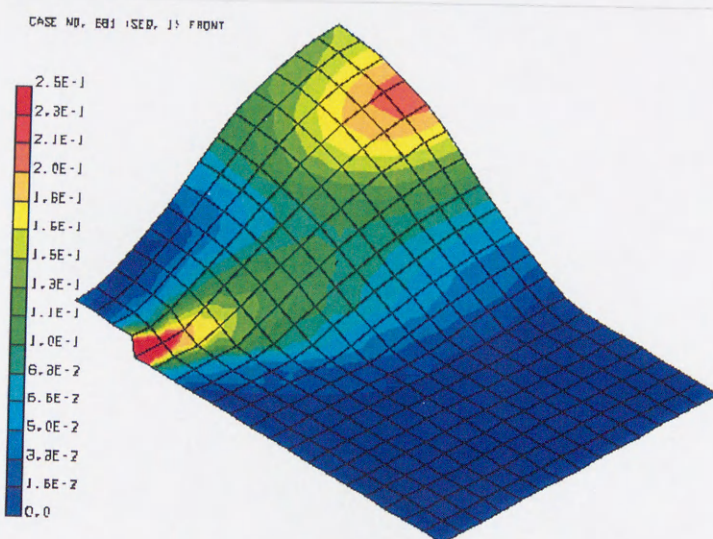


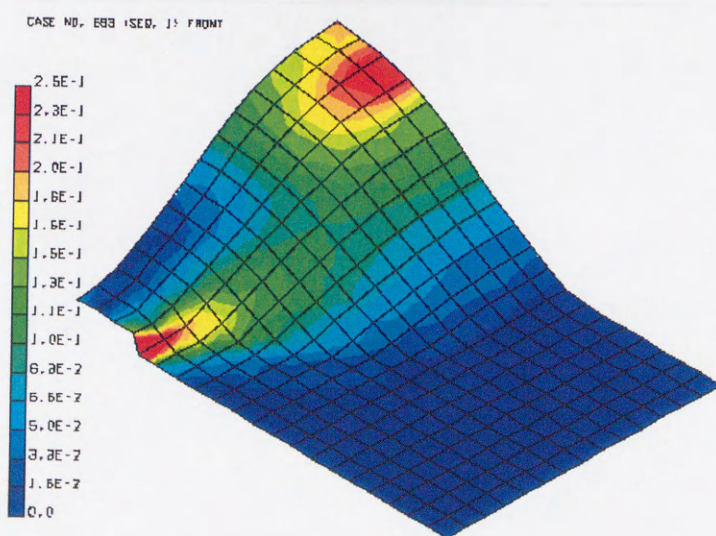
図5.2 変形経路に及ぼす K_c の影響 (1要素解析, 等二軸→単軸)



$K_c=0.0$
(J2流れ則)



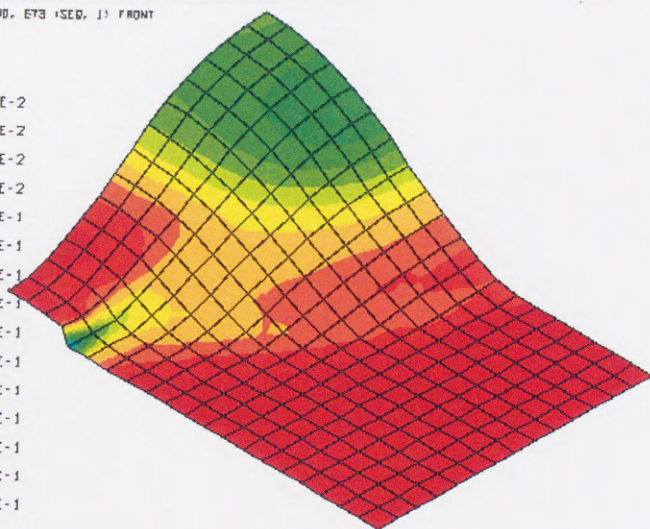
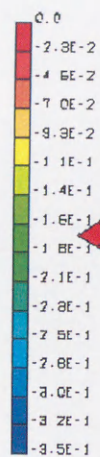
$K_c=0.3$



$K_c=0.5$

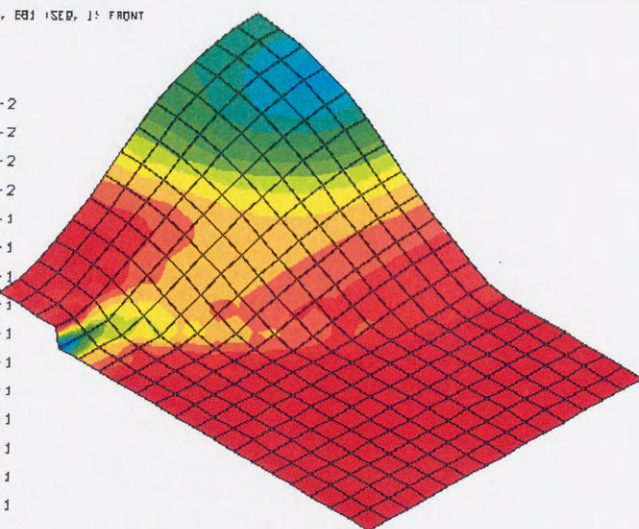
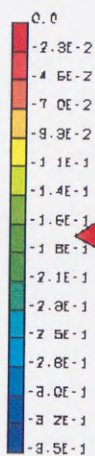
図5.3 面内最大主ひずみ分布 (SPCE, $S=30\text{mm}$)

CASE NO. E73 (SED, J) FRONT



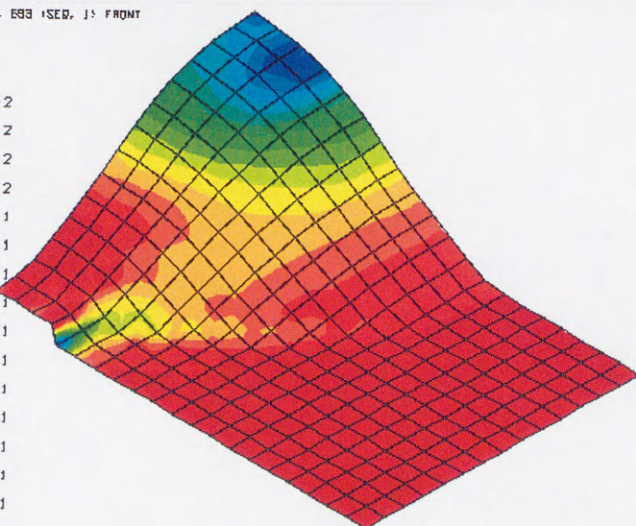
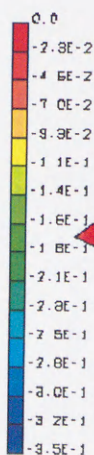
$K_c=0.0$
(J2流れ則)

CASE NO. E81 (SED, J) FRONT



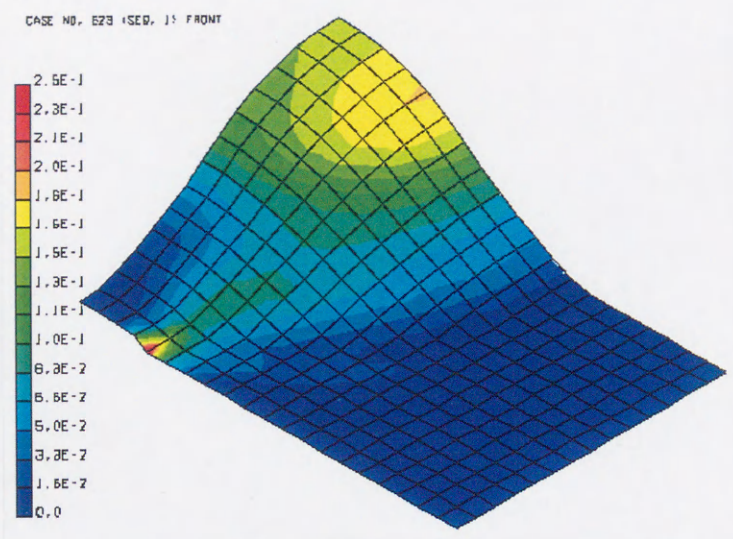
$K_c=0.3$

CASE NO. E83 (SED, J) FRONT

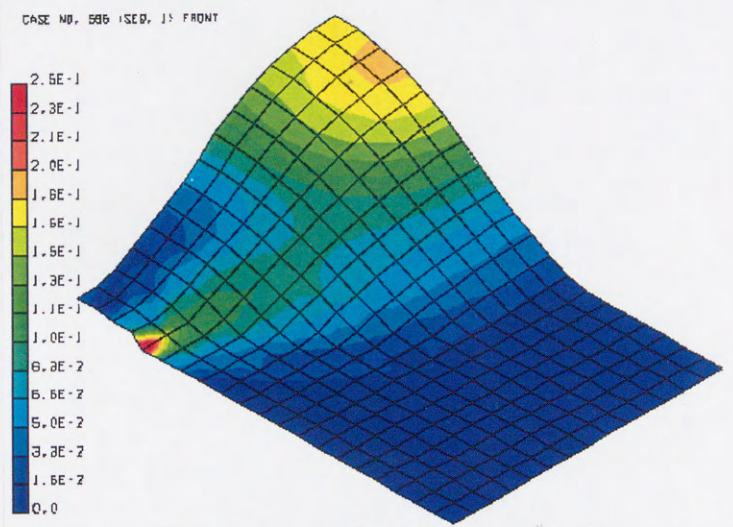


$K_c=0.5$

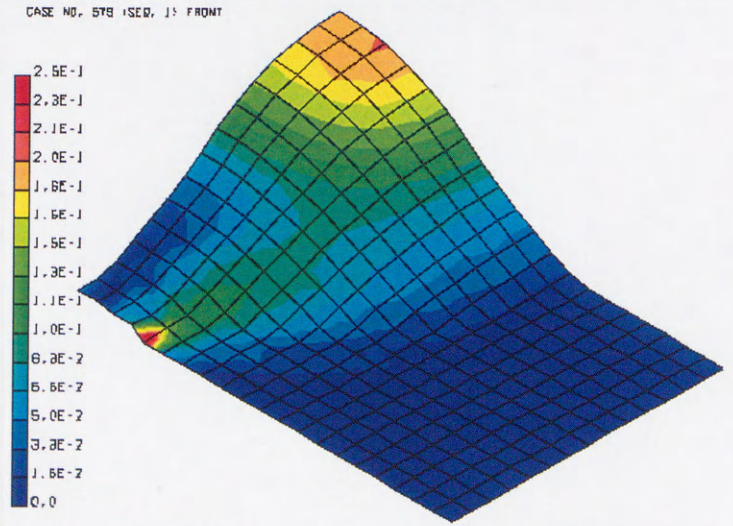
図5.4 板厚ひずみ分布 (SPCE, S=30mm)



$K_c=0.0$
(J2流れ則)



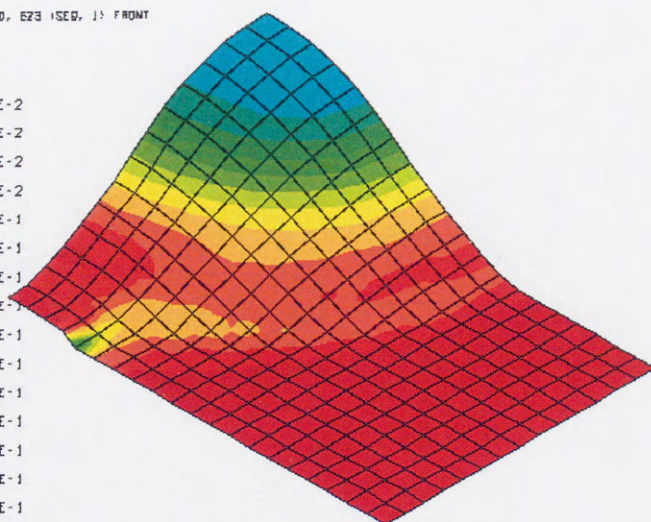
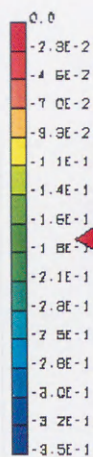
$K_c=0.3$



$K_c=0.5$

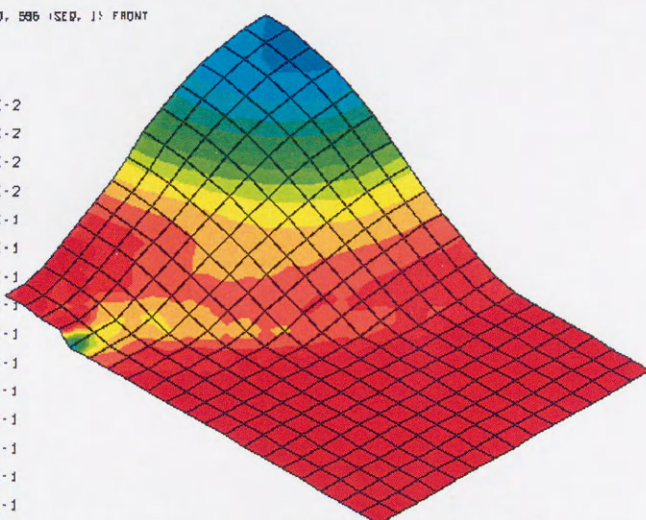
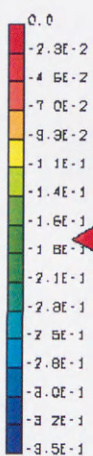
図5.5 面内最大主ひずみ分布(アルミ合金, $S=30\text{mm}$)

CASE NO. 623 (SED, J) FRONT



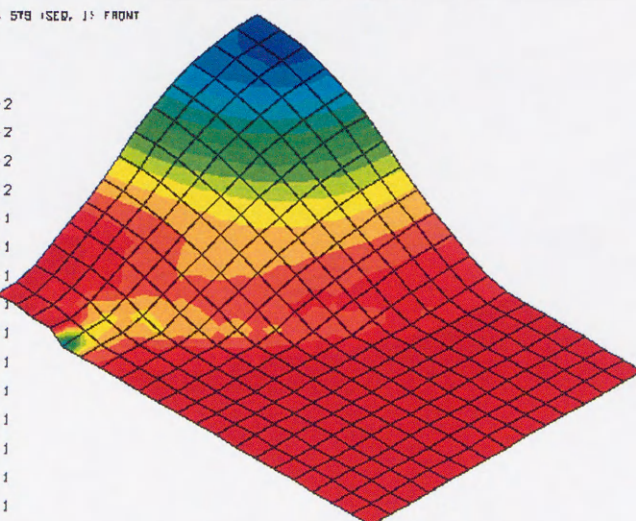
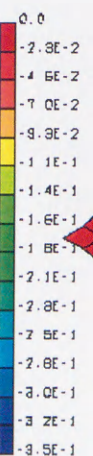
$K_c = 0.0$
(J2流れ則)

CASE NO. 596 (SED, J) FRONT



$K_c = 0.3$

CASE NO. 579 (SED, J) FRONT



$K_c = 0.5$

図5.6 板厚ひずみ分布(アルミ合金, $S=30\text{mm}$)

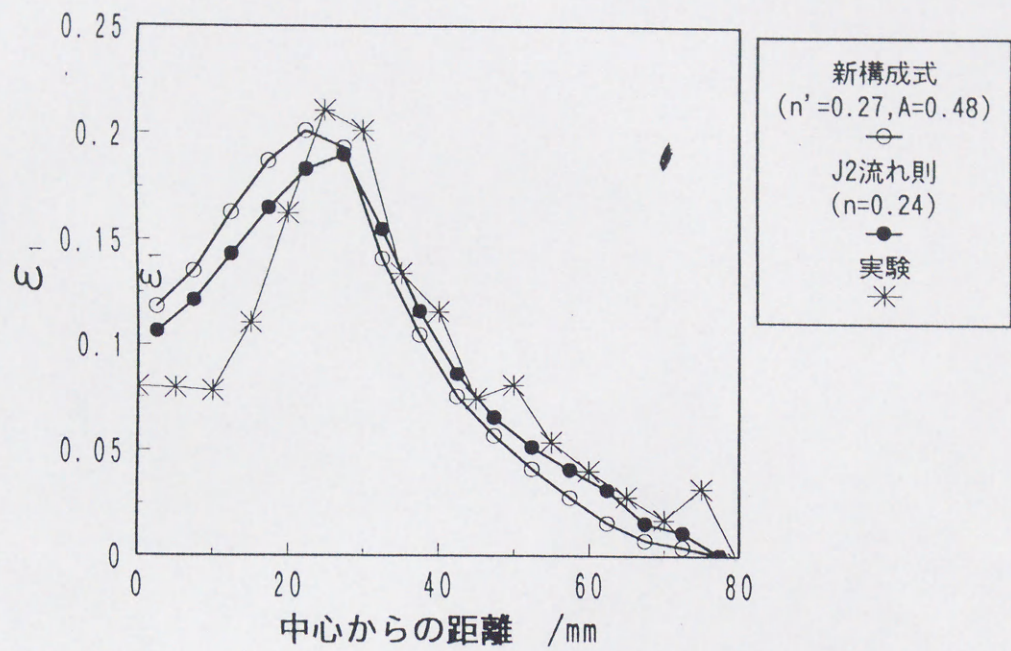


図5.7 面内最大主ひずみ分布 (SPCE, S=30mm)

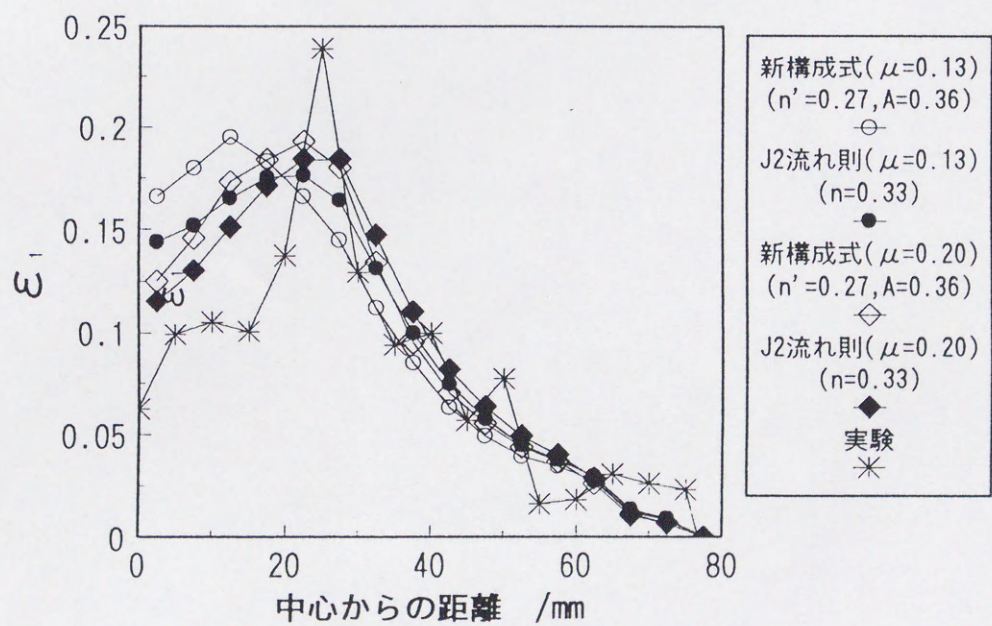


図5.8 面内最大主ひずみ分布 (アルミ合金, S=30mm)

第 6 章 提案した成形評価システムによる異方性板材の成形限界予測

6.1 緒 言

これまでの章において、第 2 章で全体の枠組である成形評価システムについて、また、第 3～5 章では、それを構成している破断限界ひずみ予測及び成形過程ひずみ予測の高精度化について論じてきた。プレス生産現場において一番知りたい実用的な評価項目は成形限界高さであると思われるが、3 次元板成形問題について従来の理論的手法で成形限界高さを定量的に予測することは困難であった。本研究により構築された成形評価システムを用いることにより 3 次元成形における成形限界高さを定量的に評価することが可能になると考えられ、本章において、その有効性を確認する。

ここで解析の対象としている薄板材は、圧延工程において結晶組織が変化し結晶方向の回転を生じた結果、板厚方向と板面内方向、または圧延方向とその他の方向で材料の力学的性質が異なるといった異方性が必然的に生じる。鋼板などでは、その深絞り性能を向上させるため、合金成分や圧延条件などの調整によって板厚異方性である r 値の大きな材料開発が進められてきている。 r 値の大きい鋼板では、その面内方向の異方性も大きくなる傾向があり、プレス成形を行う際のブランクの圧延方向に対する板取り方向の影響は無視できない。しかしながら、解析において面内異方性まで考慮することは、問題をかなり複雑化し、解析方法が一段と厄介になる

ことから、プレス成形性には非常に重要な特性であるにも関わらず、 r 値の面内異方性まで考慮した成形限界予測解析は殆ど行われていない。そのため、実験と良い一致を示す解析例は異方性の少ない材料を対象とした場合などに限られていた。本研究における成形評価システムでは材料の異方性を変形異方性や強度異方性の観点から厳密に考慮した手法を用いており、成形過程のひずみや破断限界ひずみに及ぼす異方性の影響が十分解析できることから、本章において成形限界高さに及ぼす面内異方性の影響を明らかにする。

また、 r 値は張出し性との相関は小さいと言われているが、最近では、 r 値が1に近く、等方性に近い鋼板の方が、 r 値が1.5以上の深絞り用鋼板よりも張出し性に優れるという報告がなされている²⁶⁾。しかしながら、その理由は明らかにされておらず、張出し性と r 値の関係は依然として明瞭ではない。そこで、本成形システムに仮想的な材料パラメータを入力した解析を行い、張出し限界高さに及ぼす r 値の影響を定量評価し、原因を解明する。

6.2 面内異方性の影響

鋼板では r 値の面内分布が圧延方向からの角度により異なるため、成形試験を行う際も試験片の切り出し方向により実験結果が変わってくる。このことは、実成形においても同様であり、ブランキングの際の材料の向きによりプレス不良の発生頻度が異なることが充分考えられる。しかしながら、材料の r 値の面内異方性が分かっているにもかかわらず、最適なブランキング方向を知る術がないため、現状では、ブランキング手法は成形性には反映できず、せいぜい材料の歩留まりを考慮して行っているのみである。本成形評価システムを用いれば最適なブランキング方向の決定も可能と考えられ、その基礎的な段階として球頭張出し成形限界に及ぼす試験片切り出し方向の影響を評価する。

6.2.1 解析方法

図6.1に示すように試験片を切り出す際の矩形素板の長辺方向と圧延方向からの角度を θ で表す。この試験法では長辺方向が主応力方向であり、異方性主軸方向(圧延方向)と主応力方向の角度が θ となる。本解析では材料の変形異方性の観点から、 $\theta = 0, 45, 90^\circ$ の場合について成形限界高さの予測を行う。実験及び解析に用いた材料は、面内異方性が比較的大きいと思われるSPCE(J)材であり、その機械特性値及び異方性特性は表4.1、4.2に示す。実験条件及び解析条件は表6.1のとおりである。実験ではロックビードを用いて、ビード部を通して材料の流入をなるべく抑える。また、摩擦の影響による成形のばらつきをなるべく取り除くため、工具〜ブランク間にフッ素樹脂シートを使用した。ロックビードによる拘束を解析に取り込むため、FEM解析では境界条件としてビード円周上の節点変位を零として計算した。 $\theta = 0^\circ$ の解析は表6.2より、 $F_d = 0.495, G_d = 0.541, H_d = 1.000, N_d = 1.937$ を用い、 $\theta = 90^\circ$ は F_d, G_d の値を入れ替えて計算した。 $\theta = 45^\circ$ の解析では試料長手方向が異

方性主軸とならないため、本来は4分の1範囲のみで解析できない。しかし、計算時間の制約上、4分の1範囲の解析に限定させるため、 r 値の最も低い r_{45} が長手方向の r 値になる様に $F_d = 0.730, G_d = 0.730, H_d = 1.00, N_d = 3.560$ と定め解析した。これは $\theta = 45^\circ$ の正確な解析となっていないが、負荷方向に対する r 値の面内分布の影響を考察するには十分である。

6.2.2 解析結果

$\theta = 0^\circ, 45^\circ$ の場合の FEM 解析結果について、図 6.3 に変形形状及び全体のひずみ分布を、また、図 6.4 に試験片長手方向のひずみ分布を示す。 θ により、ひずみ分布が異なり、 $\theta = 45^\circ$ の場合に $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ よりも、破断を起こしやすいパンチ接触領域において、ひずみレベルが低いことが分かる。また、図 6.5 に示すように、FEM 解析より得られた破断危険部のひずみ経路はほぼ比例変形であり、実験値も同様であった。このため、破断限界への変形経路の影響はないものとした。FEM 解析より得られる各要素の応力、ひずみ量を用いて式 (4.4) が成形限界規準を満たすかどうかを判定し、少なくとも一つの要素について条件を満たすときの成形高さを限界成形高さとした。 $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に相当する場合について、限界規準に達した要素のパンチストロークと ε_1 の関係を図 6.6 に示す。この関係から張出し性に及ぼす主応力方向の影響は成形過程のひずみ量と破断限界ひずみ量の双方への影響が合わさり、成形限界高さという結果として現れてくることが分かる。このようにして決定した破断限界高さを図 6.7 に示すが、 $\theta = 45^\circ$ の場合の成形限界高さが大きい傾向が得られ、実験の傾向にも一致している。

6.3 垂直異方性の影響

これまでに鋼板の引張特性値とプレス成形性の相関について、実験的または解析的に多くの検討がなされており、深絞り性は r 値と、張出し性は n 値との相関が大きいことが知られている。しかしながら、張出し性への r 値の影響については、いまだ不明瞭な点も多く、 r 値の面内異方性も含め定量的に評価されているものは見あたらない。そこで、本成形評価手法を用いて塑性異方性を考慮した球頭張出し成形の解析を行い、変形状態に及ぼす塑性異方性の影響を主に垂直異方性の観点から検討した。

6.3.1 解析方法

純粋な張出し性への材料特性の影響を調べられるように、ここではブランク形状を $200 \times 200\text{mm}$ を基準とし、フランジ部円周上に設定されたロックビードで固定して直径 100mm の球頭パンチで張り出す、軸対称に近い成形を対象とした。ここで設定した工具及びブランク形状はSchneiderらにより報告された実験方法に対応するものである。解析は対称性から4分の1領域とし、境界条件として、ビード周囲の設定変位を拘束して行った。要素分割はブランク形状（対象形状で $100 \times 100\text{mm}$ ）の各辺を20分割し、要素数400、節点数441で解析した。解析条件を表6.2に示す。成形性に及ぼす垂直異方性及び面内異方性の影響を明らかにするため、SPCE材を基準として、表6.3に示す材料パラメータを用いた解析を行った。

6.3.2 解析結果

(1) 球頭張出し成形（軸対称）での変形状態

図6.7にブランク幅 $W=200\text{mm}$ の成形にSPCE(K0)を用いた場合のパンチストロークごとのひずみ分布の変化をFLD線図上に示した。ストロークが大きくなると、

中心から周囲にひずみのピークが移っていき、ピーク部の変形状態が等二軸側から平面ひずみ側に変化しているのが分かる。また、図 6.8 から等方性材料 (R3) の場合はひずみ分布が全体的に等二軸側に寄っており、ピーク部の変形状態も SPCE の場合よりかなり等二軸側に近いことが分かる。ピーク部のひずみ量 ε_1 は SPCE と等方性材料でそれほど変わらない。

(2) 変形状態に及ぼす r 値の影響

同様に板幅 $W=200\text{mm}$ の場合のひずみ分布について r 値, Δr の影響を図 6.9, 6.10 に示す。これより、ひずみ分布に及ぼす板厚異方性の影響は大きい、面内異方性の影響が小さいことが分かる。ロックビードを用いた軸対称の張出し成形では、ビードの拘束力により材料の流入を抑えており、成形が進んでも材料に加わる負荷が方向によって変わらないため（絞りでは成形が進むとフランジ部に耳が現れ負荷が方向性を持つ）、面内異方性の影響が現れづらいと考えられる。理論的成形限界線との比較では、 $r=2$ の場合に最も限界値に近くなり、成形余裕度が小さいと考えられる。

(3) ブランク形状の影響

LDH ではブランクの板幅が変わると変形部のひずみ比が大きく変化する。板幅が変わった場合の r 値による変形状態への影響を調べるため、 $W=80, 140\text{mm}$ の場合について解析を行った。ブランク形状が変わると図 6.11, 6.12 に示される様に変形様式が大きく変わるが、 r 値が小さい場合にひずみ分布の ε_2 が全体的に大きくなる傾向は同様であった。ピーク部のひずみ比への r 値の影響を図 6.13 に示すが、 $W=140\text{mm}$ の場合に r 値の影響が大きいことが分かる。 $W=140$ ではロックビードが全周かかっておらず、ビードのはずれた領域で幅縮みが起こるため r 値の影響が大きく現れたと考えられる。理論的成形限界との比較では、 $W=140\text{mm}$ の場合に $r=2$ では限界線を越えており、 $W=80\text{mm}$ の場合は反対に $r=1$ の方がくびれ限界値に近く成形余裕

度が小さいと考えられる。

(4) 限界張出し高さ

図6.14に理論的破断限界曲線とFEM解析結果から求めた、 $W=200\text{mm}$ の場合の限界張出し高さの推測値を示す。この限界張出し高さは表6.3に示す材料パラメータを用いて理論的に定めたFLDから評価したものであり、実際の破断限界高さと定量的に対応するものではない。しかしながら、ひずみ状態を成形限界高さに換算した実用的な評価がある程度可能になると考えられる。これより以下のことが明らかとなった。

1. 限界張出し高さに及ぼす r 値の影響は認められ、 r 値が小さい方が成形高さは大きい。
2. 限界張出し高さに及ぼす Δr の影響は小さいが、 Δr が小さい方が成形高さは大きい。
3. 限界成形高さに及ぼす n 値の影響は大きい（これは図6.15に示す様に n 値が大きいと成形限界ひずみが増大する効果が大きい）

(5) くびれ限界における板厚ひずみ分布

図6.16, 6.17にくびれ限界高さにおける板厚ひずみ分布に及ぼす r 値、 n 値の影響を示す。これより、 r 値が小さい場合にかなり板厚減少量が大きなることが分かるが、これは、他の材料モデルよりも変形が等二軸変形に近寄るためと考えられる。

6.3.3 考察

(1) 変形状態の変化

今回の解析では、変形様式が異なる場合において変形状態への r 値の影響を確認することができた。いずれの変形様式においても r 値が小さい場合に ε_2 が大きくなる傾向が見られた。変形様式が引張変形に近い場合 ($\varepsilon_2 < 0$) は幅縮みが存在するので、 r 値の定義からも r 値が小さい方が ε_2 が大きくなることは容易に想像できる。変形様式が平面ひずみより二軸張出し側の場合 ($\varepsilon_2 \geq 0$) の r 値の効果についてはこれまでほとんど調べられていないが、次のように推測される。 r 値の効果而降伏曲面上で考えると、 r 値が大きい場合には等二軸引張における降伏応力が他の変形に比べ相対的に増大する。一方、球頭張出し成形過程のひずみ状態はパンチ中心では等二軸変形であるが周囲に行くに従って平面ひずみ変形に近づいていく。よって、 r 値が小さい場合は等二軸の降伏応力が低いのでパンチ中心近傍で変形を起こしやすく、 r 値が大きいとパンチ中心近傍が変形しづらいので周囲が変形しやすくなり、ひずみのピークが平面ひずみ側に近寄ることが考えられる。ただし、球頭張出しの場合はパンチ中心～周囲の変形様式の変化が滑らかであり、工具形状として材料特性の影響がひずみ分布に現れやすい状況であることに留意する必要がある。

(2) 摩擦係数の影響との対比

球頭張出し成形におけるひずみ分布に及ぼす摩擦係数の影響を図 6.18 に示す。摩擦係数が小さくなるとパンチ接触部のひずみが均一化し、中央にひずみのピークが寄り、摩擦係数が大きいと中心付近のひずみは小さいが、試料と金型の接触境界付近でのひずみの局所化が大きいことが分かる。ひずみのピークの位置が中心から周囲に変化する傾向は r 値の影響に似ているが、これは r 値が大きくなると等二軸変形の降伏応力が上昇し、パンチ中央部で素材を変形させるために金型が受ける反力

(垂直力)が増し、摩擦抵抗力が大きくなることに対応すると思われる。

(3) 変形状態と板厚ひずみの関係

図12のくびれ限界における板厚ひずみ分布から、 r 値が小さい方が限界の板厚を小さくし得る様に見えるが、これは次の原因に依るものと思われる。図6.19に理論的FLDから計算した成形限界時の板厚ひずみとひずみ比の関係を示す。これより、限界板厚ひずみはひずみ比によって大きく異なり、また、 n 値の大きい材料の方が限界板厚が小さいことが分かる。ここで r 値の影響について考えると、球頭張出しの場合は r 値が小さいと変形状態が等二軸に近寄るため、すなわち、ひずみ比が大きくなるため、成形限界時の板厚が全体的に小さくなったと考えられる。

以上の本解析結果は、Schneiderらにより報告されている、 r 値が低い(1.0に近い)鋼板は張出し成形性に優れる、その際の板厚減少が大きいという、報告に対応するものであった。本解析では、定量的な成形限界高さの解析から、 r 値の影響を明らかにしたが、それは n 値の影響を越えるものではないこと、また、 r 値が低い場合に張出し性に優れるのは、主に r 値が張出し成形時の変形状態を変えてしまうことによるものであり、 r 値が小さいことが本質的に成形性を良くするものではないことを明らかにした。

6.4 結 言

本章では、本研究で提案している全体の枠組である成形評価システムと、それを構成している破断限界ひずみの予測及び成形過程ひずみの予測の高精度化の有効性を確認することを目的とした。板成形に非常に重要なファクターではあるが、その煩雑さより成形性の3次元的な理論解析には殆ど考慮されていなかった塑性異方性という視点から、解析を行った。

1. 本解析法により、従来困難であった3次元成形における成形限界高さに及ぼす面内異方性の影響の評価が可能になることを明らかにした。ここで用いた鋼板のように r 値がV字型の分布となっている板材については、主応力方向と圧延方向の角度が 45° となる場合に限界張出し高さが大きくなる結果が得られた。また、解析結果は実験結果と比較して、その傾向や定量性も充分妥当であることも明らかにした。このことにより、実際の成形におけるブランキングの最適な方向の決定を可能とした。
2. 従来、定量的な整理がされていなかった張出し成形性に及ぼす r 値の影響について調査するため、本解析手法を球頭張出し成形に適用した。これより、本解析条件における張出し限界高さに及ぼす r 値の影響は、図6.15に示すように r 値が小さいが限界成形高さが大きくなる結果を得た。また、 r 値が小さい方が破断限界時の板厚減少量が大きくなることも本解析から得られ、これらはSchneiderらによる実験報告の傾向に一致するものである。 r 値が張出し成形に及ぼすメカニズムとして、図6.10に示す様に r 値が小さい方が変形が等二軸に近づくことを解析により明らかにし、これらは降伏条件と r 値の関係から説明でき、決して r 値が小さい場合に材料として優れた張出し特性を有するものではないことを明らかにした。

以上より，本研究で提案した成形評価システムを材料の異方性の視点に立って適用し，1,2のような異方性に関する独自の知見を新たに得ることができた．3次元板成形問題について，素材の板取り方向まで含めて評価する手法はこれまでになく，本解析手法により，材料の塑性異方性を十分に考慮した実用的な評価が可能に可能になることを確認した．

ことから、プレス成形性には非常に重要な特性であるにも関わらず、 r 値の面内異方性まで考慮した成形限界予測解析は殆ど行われていない。そのため、実験と良い一致を示す解析例は異方性の少ない材料を対象とした場合などに限られていた。本研究における成形評価システムでは材料の異方性を変形異方性や強度異方性の観点から厳密に考慮した手法を用いており、成形過程のひずみや破断限界ひずみに及ぼす異方性の影響が十分解析できることから、本章において成形限界高さに及ぼす面内異方性の影響を明らかにする。

また、 r 値は張出し性との相関は小さいと言われているが、最近では、 r 値が1に近く、等方性に近い鋼板の方が、 r 値が1.5以上の深絞り用鋼板よりも張出し性に優れるという報告がなされている²⁶⁾。しかしながら、その理由は明らかにされておらず、張出し性と r 値の関係は依然として明瞭ではない。そこで、本成形システムに仮想的な材料パラメータを入力した解析を行い、張出し限界高さに及ぼす r 値の影響を定量評価し、原因を解明する。

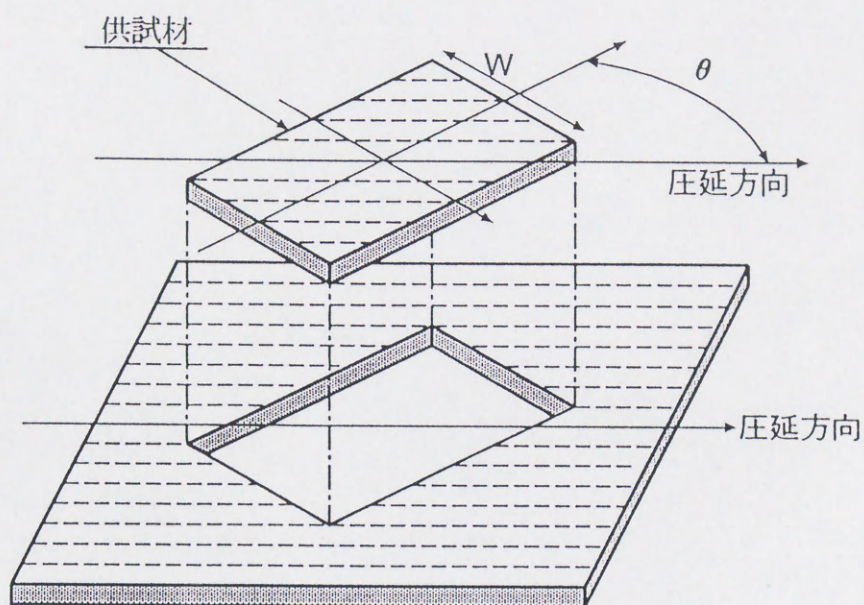
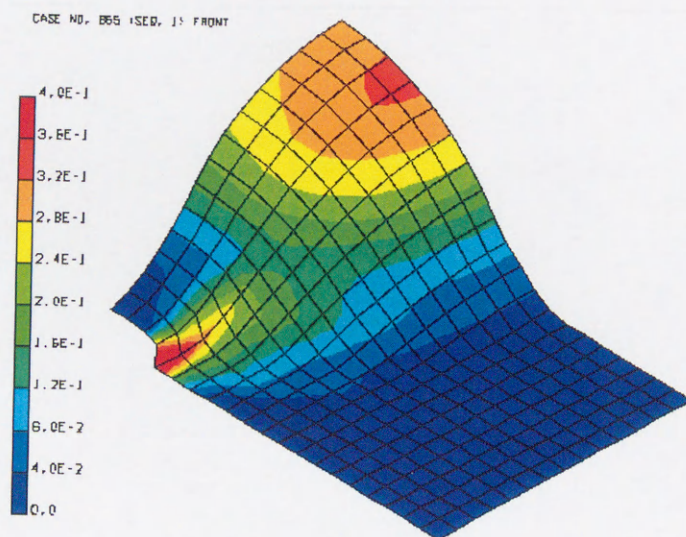


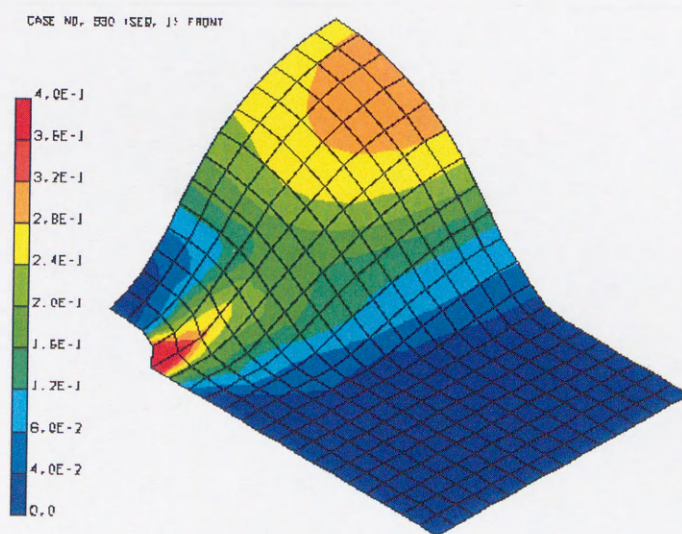
図6.1 供試材の板取り方向

表6.1 実験及び解析条件

工具形状	$\phi 100\text{mm}$ パンチ (図2.12 参照)
ブランクサイズ	$200 \times W \text{ mm}$ ($W=140$)
板取り方向 θ	$0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
潤滑条件	フッ素樹脂シート
パンチ速度	40mm/min
要素タイプ	4 節点 4 角形アイソパラメトリック要素
要素数	280(ブランク)
節点数	315(ブランク)
摩擦係数	0.04



(a) $\theta = 0^\circ$



(b) $\theta = 45^\circ$

図6.2 主ひずみコンター図に及ぼす主応力方向の影響

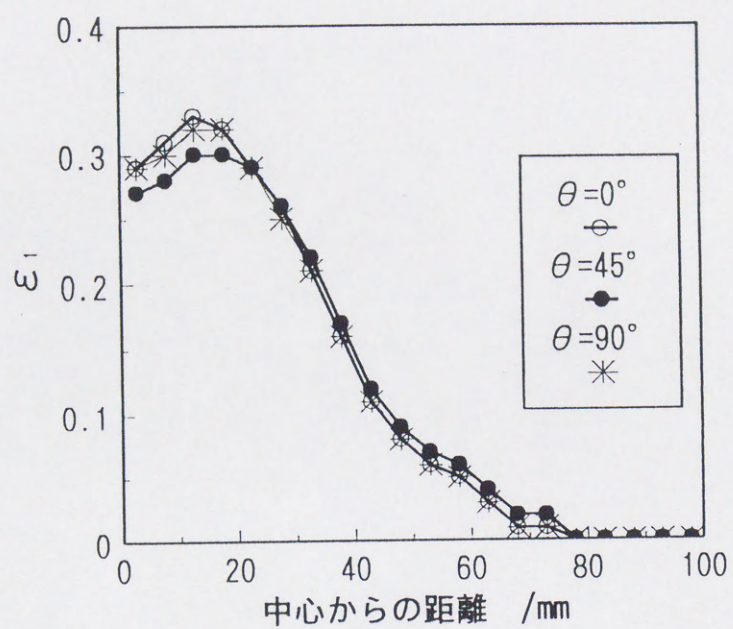


図6.3 主ひずみ分布に及ぼす主応力方向の影響

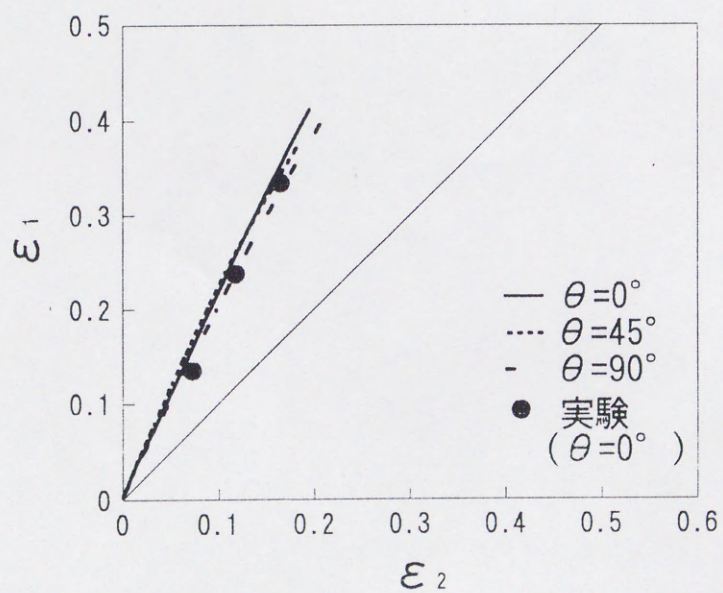


図6.4 変形経路に及ぼす主応力方向の影響

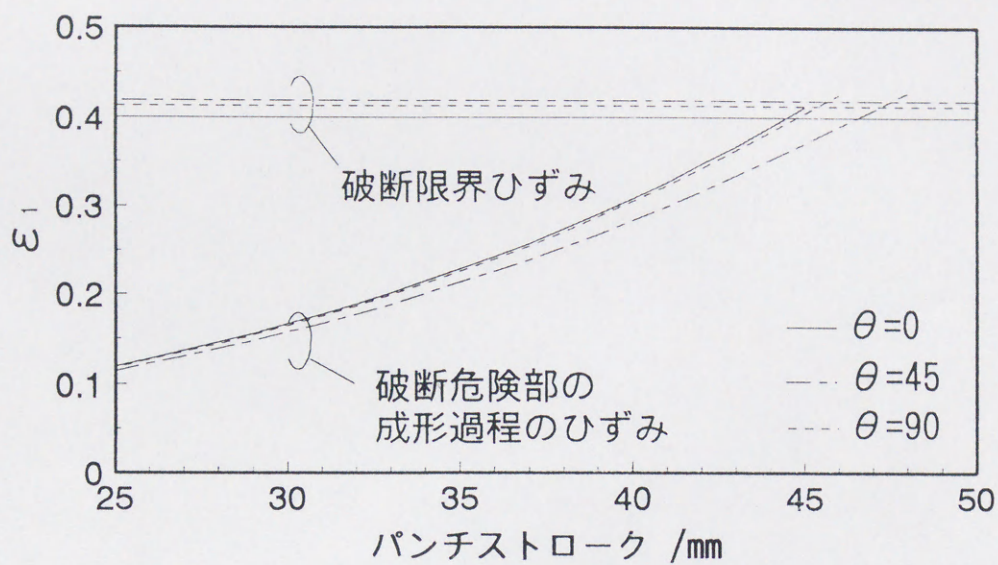


図6.5 パンチストロークと破断要素の主ひずみの関係

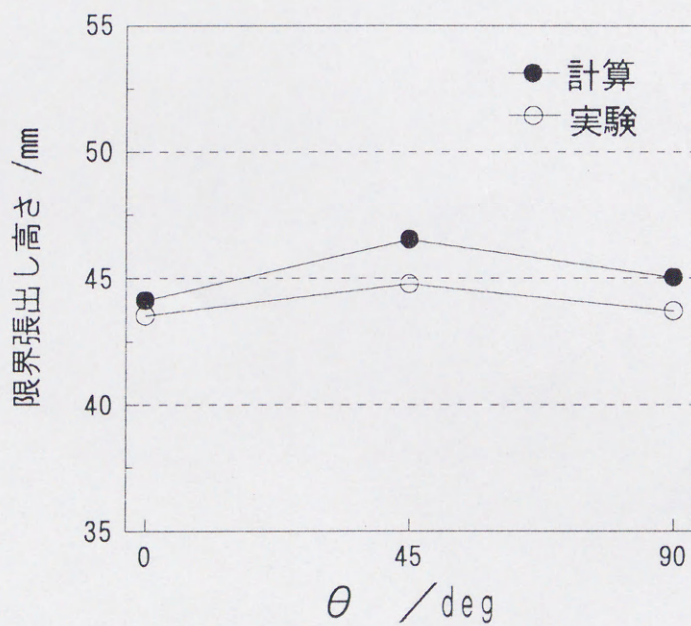


図6.6 限界張出し高さに及ぼす主応力方向の影響(解析と実験の比較)

表6.2 解析条件

工具形状	$\phi 100\text{mm}$ パンチ (図 2.12 参照)
ブランクサイズ	$200 \times W \text{ mm}$ ($W=80, 140, 200$)
板取り方向 θ	0°
要素タイプ	4 節点 4 角形アイソパラメトリック要素
要素数	160($W=80$), 280($W=140$), 400($W=200$)
節点数	189($W=80$), 315($W=140$), 441($W=200$)

表6.3 材料パラメータ

記号	r_0	r_{45}	r_{90}	\bar{r}	Δr	n 値	摩擦係数 μ	備考
K0	1.76	1.23	2.07	1.57	0.68	0.24	0.14	SPCE(基準)
R1	0.50	0.50	0.50	0.50	0.00	0.24	0.14	
R2	0.75	0.75	0.75	0.75	0.00	0.24	0.14	
R3	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.24	0.14	等方性
R4	1.25	0.75	1.25	1.00	0.50	0.24	0.14	
R5	1.50	1.50	1.50	1.50	0.00	0.24	0.14	
R6	2.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.24	0.14	
R7	2.25	1.75	2.25	2.00	0.50	0.24	0.14	
N1	1.76	1.23	2.07	1.57	0.68	0.20	0.14	
N2	1.76	1.23	2.07	1.57	0.68	0.28	0.14	
U1	1.76	1.23	2.07	1.57	0.68	0.24	0.10	
U2	1.76	1.23	2.07	1.57	0.68	0.24	0.20	

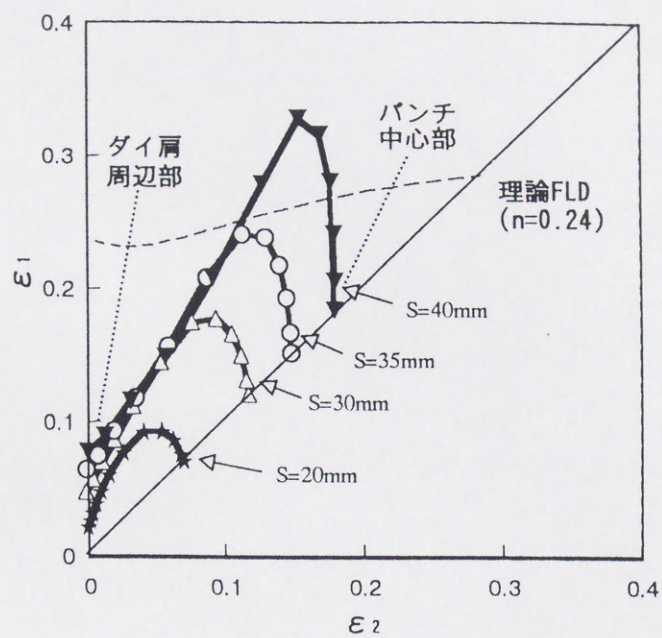


図6.7 成形過程におけるひずみ分布の推移 ($W=200\text{mm}$, SPCE)

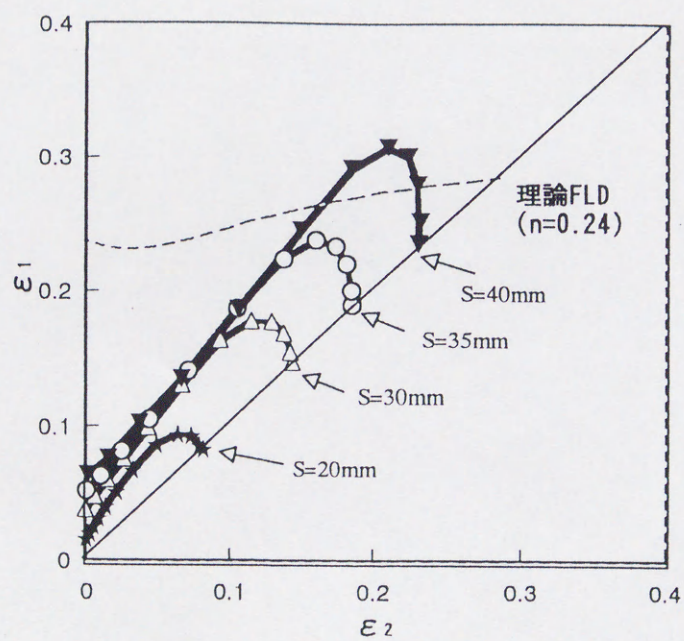


図6.8 成形過程におけるひずみ分布の推移 ($W=200\text{mm}$, 等方性材)

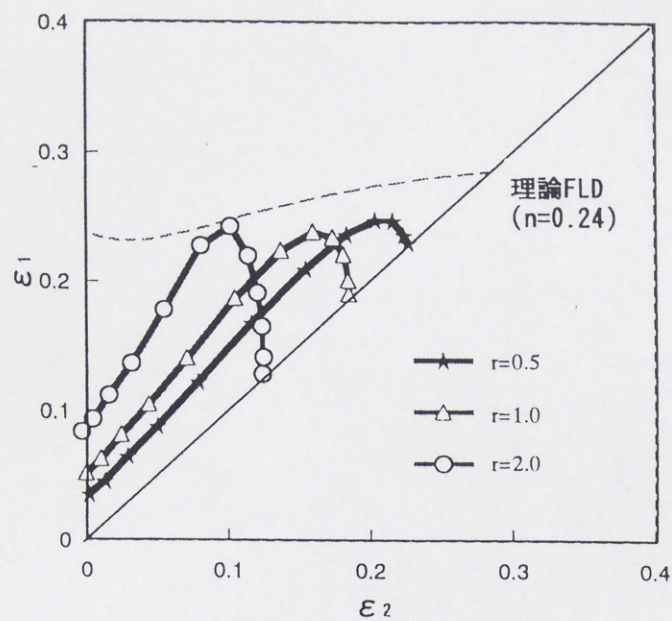


図6.9 ひずみ分布に及ぼす r 値の影響 ($W=200\text{mm}$)

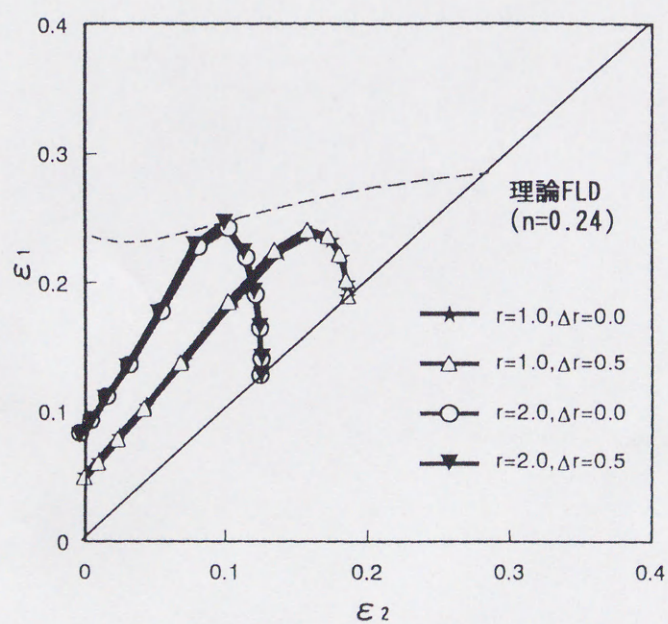


図6.10 ひずみ分布に及ぼす Δr の影響 ($W=200\text{mm}$)

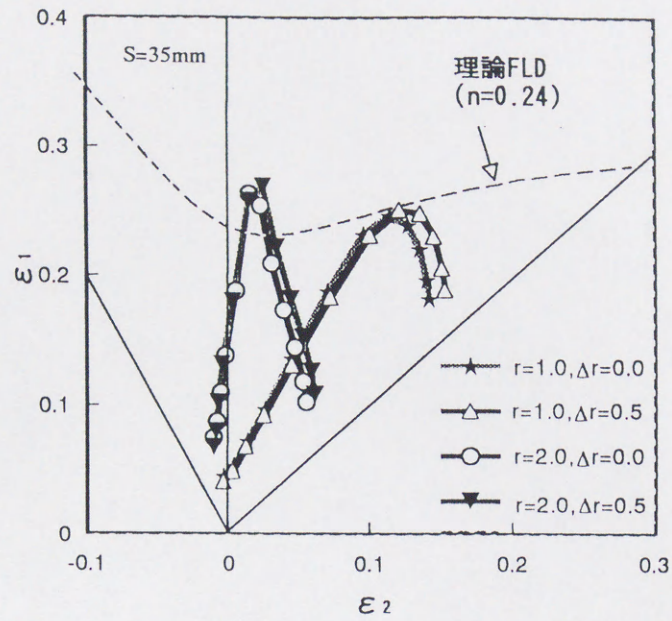


図6.11 ひずみ分布に及ぼす r 値の影響 ($W=140\text{mm}$)

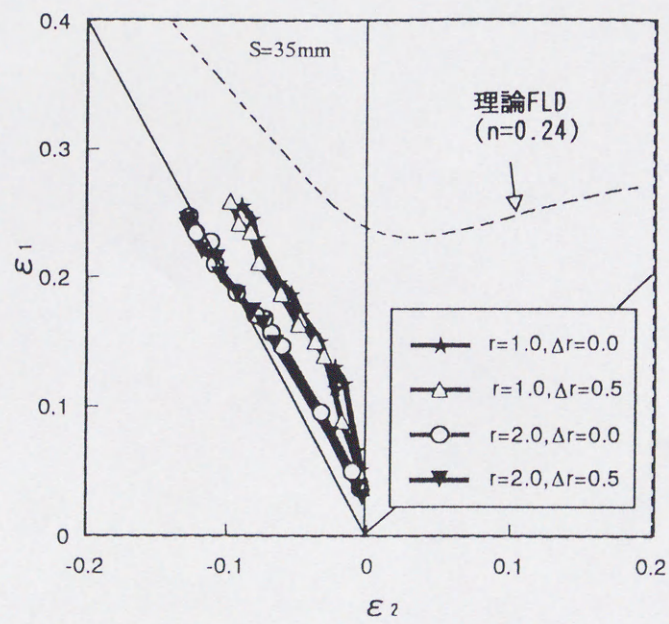


図6.12 ひずみ分布に及ぼす r 値の影響 ($W=80\text{mm}$)

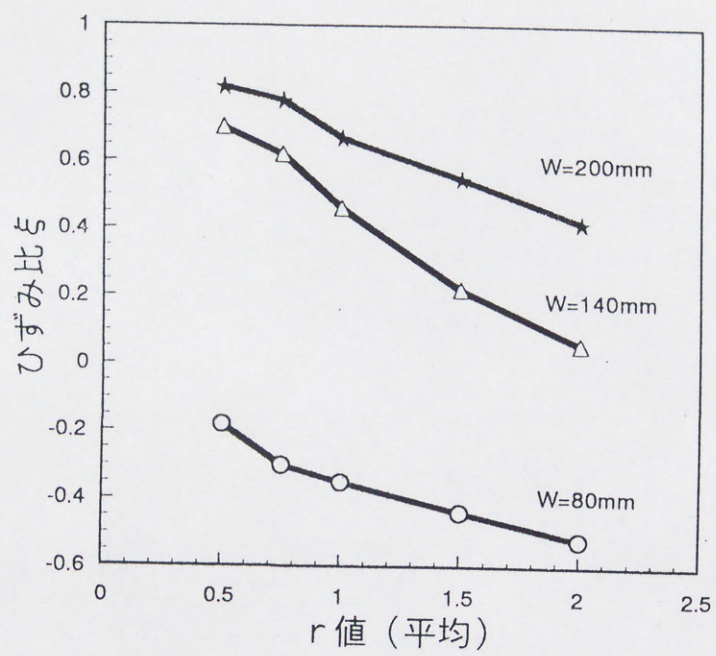


図6.13 r 値と変形ピーク部のひずみ比の関係

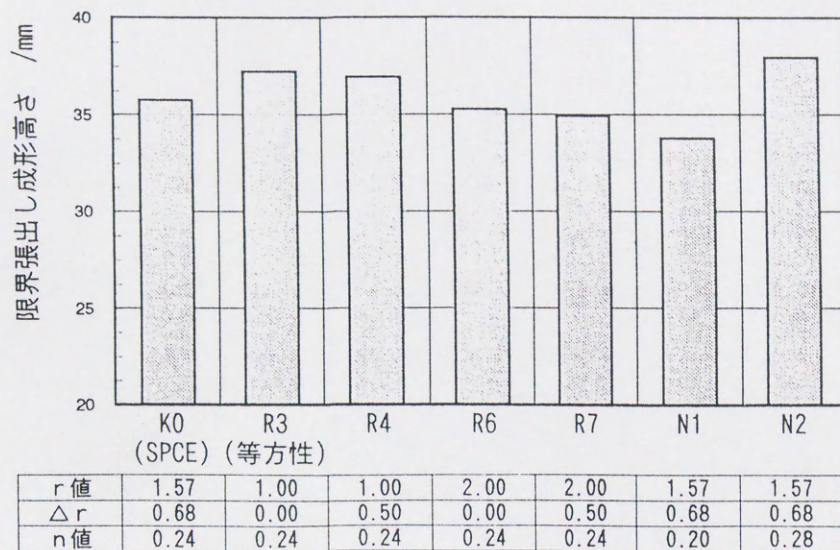


図6.14 くびれ限界成形高さに及ぼす材料条件の影響

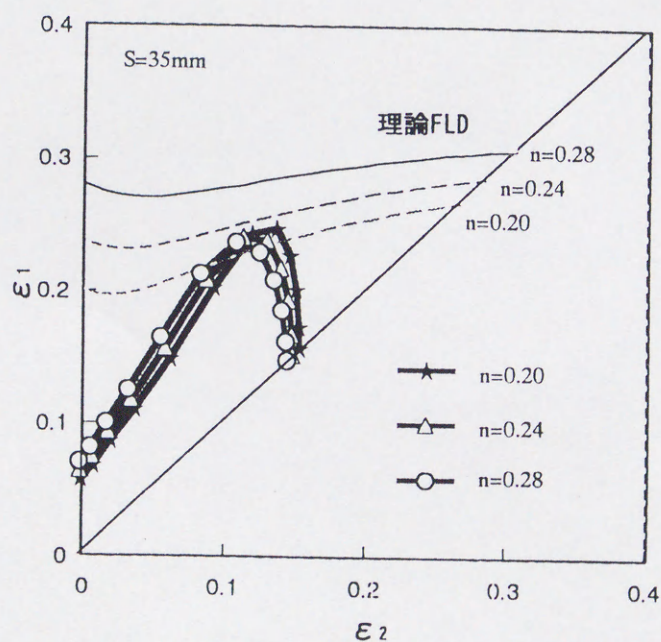


図6.15 ひずみ分布に及ぼす n 値の影響 (W=200mm)

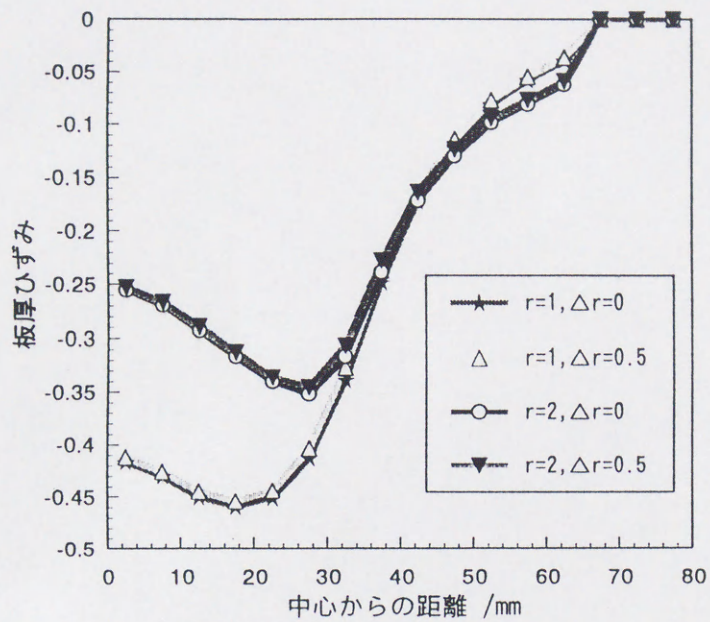


図6.16 くびれ限界時の板厚ひずみ分布に及ぼす r 値の影響 ($W=200\text{mm}$)

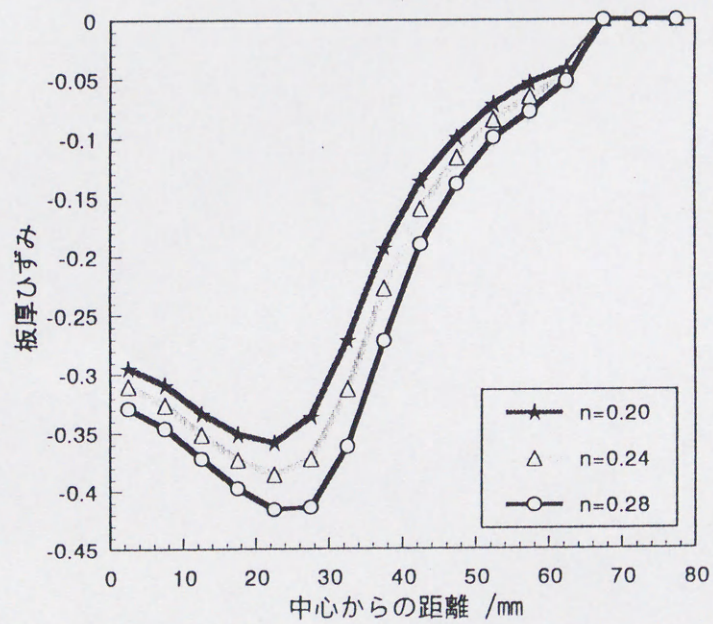


図6.17 くびれ限界時の板厚ひずみ分布に及ぼす n 値の影響 ($W=200\text{mm}$)

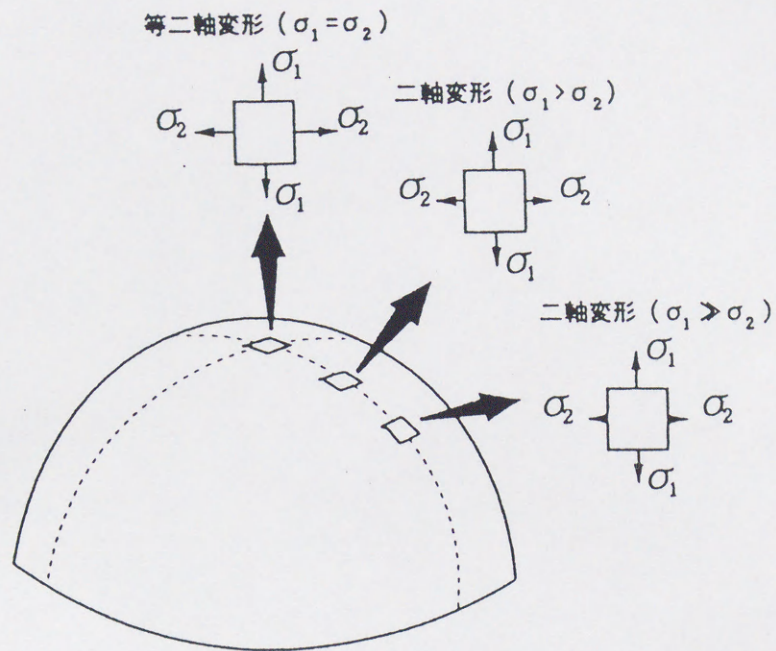


図6.18 球頭張出しにおける変形状態

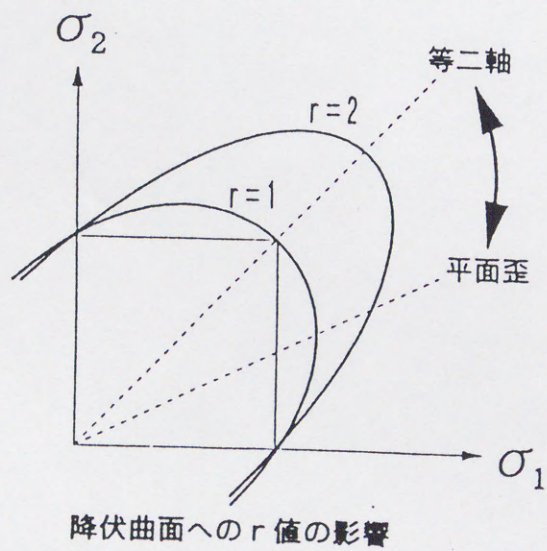


図6.19 降伏曲面に及ぼす r 値の影響

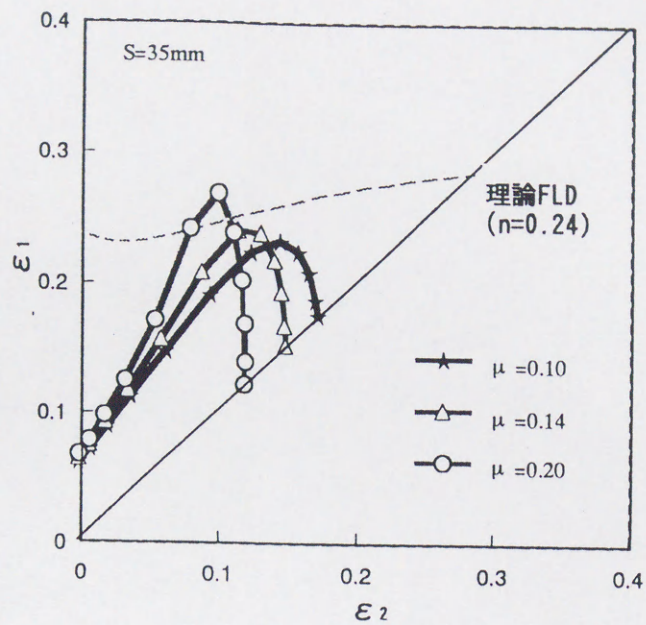


図6.20 球頭張出し成形のひずみ分布に及ぼす摩擦係数の影響 ($W=200\text{mm}$)

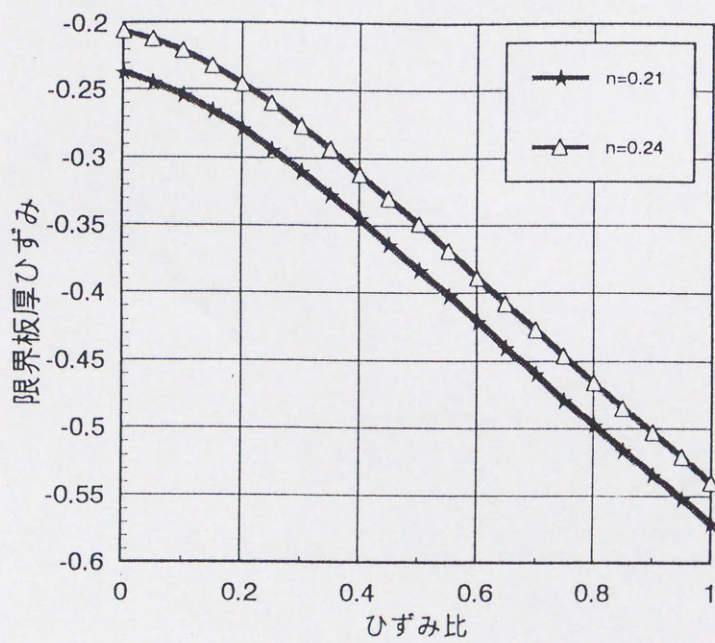


図6.21 ひずみ比とくびれ限界板厚ひずみの関係

第 7 章 結論

本研究は板材成形のCAEシステムに関し、このシステムに欠かせない破断評価及びその実用化を目的としてなされたものであり、全7章の項目からなり、各章から得られた結論は以下のとおりである。

第1章では、プレス成形における現状と問題点について述べ、成形性を律する破断不良に及ぼす成形条件や材料条件が定量的に評価されていないため、材料の供給側や使用者側の立場から効率的な生産設計が行えていないことに言及し、本研究の背景や必要理由、目的について述べた。特に、生産工程のCAD/CAM化の進んだ現在において、定量的な客観評価を可能にする板成形のCAEシステムの必要性を述べた。

第2章では、有限要素法と破断限界理論の連結により成形限界評価する手法を提案し、これまで得ることの難しかった3次元変形に関して破断の予測ができることを示した。また、本解析手法により、成形性に及ぼす成形条件や材料特性などの影響因子の定量化を検討し、ここでは、重要なモデル成形試験である角筒深絞り試験や球頭張出し試験についてとりあげ、各種の要因について定量化することができ、不良回避の対策案の提示や最適成形条件設定に有用なことを確認した。これにより、複雑な3次元板成形問題である実部品について最適な条件を事前に知ることができるシステムの構築が可能になった。しかしながら、このCAEシステムが現実に期待される結果を与えるために、まだ解決すべき課題を具体的に示した。

まず、破断限界ひずみの予測理論では、従来から慣用的に用いられている n 値を

使ってS-R理論による評価結果と実験との比較を行った結果、延性の大きいSPCE材ではくびれ発生後の伸びの量が無視できず実験値よりも小さな破断限界ひずみを予測してしまう。また、延性の小さいアルミ合金では限界ひずみの予測値は実験値よりも大きくなった。S-Rによる理論では平面ひずみ変形における限界ひずみは n 値に一致するので、引張試験により評価される n 値の妥当性の評価が重要である。また、破断限界ひずみに及ぼす r 値や変形経路の影響も考慮されていない。このような点から、S-R理論では考慮されている材料の変形特性が不十分であり、引張試験で評価される n 値の妥当性と n 値以外の材料の延性の表現の必要性を検証した。

次に、FEM解析を用いた成形過程のひずみの予測について述べる。この解析では、ひずみの局所化現象を精度良く求めることが最も重要であるが、本解析によって図2.33に見られるように局所化の程度には n 値の影響が大きいことを明らかにした。FEM解析に用いられる n 値は引張試験における一様伸び範囲のひずみ領域から決定されているが、材料によってはひずみ分布の予測において十分な精度とは言い難い。これは局所変形が起こるようなひずみ領域は引張試験の一様伸びまでの領域をはるかに越えるものであり、 n 値がひずみに依存する場合は、 n 値の決定法について十分な検討が必要であると思われる。また、材料構成式としてJ2流れ則を用いた場合にひずみの局所化があまる進まないことから、材種が依らず局部変形特性を厳密に反映した構成式を、有限要素法プログラムに導入する必要があることを明らかにした。

第3章では、成形評価システムに適すると考えられる、成形性に強く影響する材料パラメータを反映した材料構成式について、変形解析及び破断限界ひずみ予測解析の両方で高精度が期待できる塑性ひずみ増分の応力増分依存性を有する構成式を基準に、変形と強度の異方性を同時に正確に表現できる異方性構成式への展開、破断限界ひずみ予測理論への適用を可能にする線形比較体構成式の確立を行った。

第4章では、第3章で提案された異方性構成式を導入して、ひずみ増分方向の応

力増分依存性である構成式のパラメータ K_0 を応力比の関数として等二軸変形試験より具体的な決定方法を提案し、実験との比較より、その決定方法が妥当であることを確認した。次に、平面ひずみ変形における成形限界ひずみを決定する n 値について、引張試験では得ることのできないひずみ領域で評価できる、新たな、応力、ひずみをリアルタイムで測定可能なバルジ試験機を試作した。これによる破断のひずみ値を含む領域で評価した n 値を、破断限界ひずみ予測理論に適用すると、引張試験評価による n 値を用いるよりも実験に近づくことを明らかにした。

これまで、塑性異方性の影響を厳密に考慮できる解析手法により、これまで重要なファクターであるにも関わらず、その煩雑さから整理されていなかった破断限界ひずみに及ぼす塑性異方性の影響についていくつかの視点から検討を行った。まず、変形と強度の異方性を独立に考慮できる異方性構成式を用いることで、はじめて可能になる破断限界ひずみ予測に及ぼす r 値と降伏応力の影響を独立に評価し、次の結果を得た。降伏強度の異方性の影響は、降伏強度の大きい方向に主応力が加わる場合は小さい方向に負荷する場合に比べ全体的に破断限界ひずみが小さくなる傾向が見られ、その傾向は等二軸変形から単軸変形に近づく程、顕著である。また、 r 値の異方性に関しては、 r 値が小さい方向に主応力が加わる場合は、大きい方向に加わる場合に比べ、単軸引張相当のひずみ比で破断限界ひずみが低下し、逆に、張出し変形領域では増加する傾向が見られた。次に、主応力方向と圧延方向の角度 θ が成形限界ひずみに影響を及ぼすことを明らかにし、特に V 字型の r 値分布を持つ材料では単軸引張付近では $\theta = 0^\circ$ の破断限界ひずみが最も小さく、逆に張出し域では $\theta = 45^\circ$ が最も大きくなる。この結果は実験値とも一致し、ここで提案した解析手法の妥当性も明らかとなった。

第 5 章では、有限要素解析において、変形の局所化に関する予測精度の向上を目的として、シェル要素有限要素法プログラムをベースに第 3 章で提案された構成式の導入を図った。新たな構成式が導入された要素では、応力経路を途中で変化させ

た解析を行った場合に、構成式のパラメータ K_c が大きくなるとひずみの変形経路が大きく変化することが明らかになり、 K_c というパラメータをとおしてひずみ増分方向の応力増分依存性を表す、新たな特性を示す FEM 解析を可能にした。これを 3 次元板成形問題について適用し、 K_c が大きくなるとひずみの局所化が大きくなる結果が得られ、その新たな材料パラメータ K_c の影響が大きいことを確認した。また、実際の成形では実材料について K_c を決定する必要があるが、ここではすべりモデルの考察から相当ひずみに依存する形式として具体的に決定する手法を提案した。第 4 章で定めた材料パラメータを用いて解析を行い、J2 流れ則に比べ、最大主ひずみのピーク値が大きくなることが得られ、実験に近づく傾向を得た。また、 K_c が大きいアルミ合金の場合にひずみ分布に関する J2 流れ則との差が顕著あった

第 6 章では、全体の枠組である成形評価システムと、それを構成している破断限界ひずみ予測及び成形過程ひずみ予測の高精度化の有効性を、塑性異方性の視点から解析した。本解析手法により、板成形にとっては最重要な特性であるにも関わらず、その煩雑さ故考慮されることが殆どなかった異方性の影響を 3 次元板成形問題において定量評価を可能とした。ここで用いた鋼板のように r 値が V 字型の分布になっている板材では、主応力方向と圧延方向の角度が 45° となる場合に限界張出し高さが最も大きくなる結果が得られた。また、従来定量的な整理がされていなかった成形性に及ぼす r の影響について調査し、張出し限界高さに及ぼす r 値の影響は、 r が小さい方が限界張出し高さが大きくなる結果を得た。また、その理由として、 r 値が小さい方が変形が等二軸に近づくことや、それは降伏条件と r 値の関係から説明できることを明らかにし、決して r 値の小さい材料が張り出し特性に優れるものではないことを明らかにした。これらの異方性に関する独自の知見を得ることで、3 次元板成形問題について、材料の異方性を十分に考慮した実用的な評価が可能になることを確認した。

以上の研究により、これまで定量評価されておらず、経験にたよってきた 3 次元

板成形問題の破断不良について，汎用的かつ客観的に破断予測が可能になる成形性評価システムの構築及び精度向上がなされた。

参考文献

- 1) Nakajima, K., Kikuma, T. and Hasuka, K. : *7th Biennial Congress of IDDRG*, -, (1972), 10
- 2) Ghosh, A.K. : *METALS ENGINEERING QUARTERLY*, -, (1975 AUGUST),
- 3) Tomita, Y. : *JSME International Journal*, **38**-2, (1995),
- 4) Marciniak, Z. and Duncan, J. : *Mechanics of sheet Metal Forming*, -, (1992), 62
- 5) Hill, R. : *J. Mech. Phys. Solids*, **1**-, (1952), 19
- 6) Marciniak, Z. and Kuczynski, K. : *Int. J. mech. Sci.*, **9**-, (1967), 609
- 7) Stören, S. and Rice, J.R. : *J. Mech. Phys. Solids*, **23**-6, (1975), 421
- 8) 後藤 学 : *機論*, **49**-437A, (1983), 92
- 9) 菊間敏夫 : 東京工業大学学位論文「薄鋼板のプレス成形難易に関する研究」, -, (),
- 10) 富田佳宏 : *材料*, **39**-442, (1990), 833
- 11) Larsson, M., Needleman, V., Tvergaard, V. and, Strakers, B. : *J. Mech. Phys. Solids*, **30**-121, (1982),
- 12) Stowell, E.Z. : *NACA Tech. Note*, **1556**-, (1948),
- 13) 伊藤耿一 : *塑性と加工*, **28**-323, (1987), 1222
- 14) Christoffersen, J. and Hutchinson, J.W. : *J. Mech. Phys. Solids*, **27**-, (1979), 465
- 15) 後藤 学 : *機論 A*, **47**-427, (1981), 1389
- 16) 後藤 学 : *機論 A*, **48**-428, (1982), 498
- 17) 呉屋守章・伊藤耿一 : *機論*, **54**-504A, (1988), 1617
- 18) 吉田清太 : *理化学研究所報告*, **45**-6, (1969), 157
- 19) Logan, R.W. and Hosford, W.F. : *Int. J. Mech Sci*, **22**-7, (1980), 419
- 20) Hill, R. : *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, **85**-, (1979), 179

- 21) Barlat, F. and Lian, J. : *Int. J. Plasticity*, **5**-, (1989), 51
- 22) 後藤 学 : 塑性と加工, **19**-208, (1978), 377
- 23) 伊藤耿一・竹山寿夫 : 塑性と加工, **23**-256, (1982), 410
- 24) 呉屋守章・伊藤耿一 : 機論, **56**-521A, (1990), 101
- 25) 伊藤耿一・呉屋守章・高橋 寛・高津宣夫 : 機論, **57**-533A, (1991), 141
- 26) Schneider, C. : *Proceedings of IBEC'95*-, (1995),
- 27) E. Nakamachi : *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **25**-, (1988), 283
- 28) Hill, R. : *Oxford Univ. Press, London*-, (1950),
- 29) Ohwue, T., Yoshida, T. and Usuda, M. : *Proceedings of NUMIFORM'92*-, (1992), 521
- 30) Katayama, T., Yoshida, T., Ohwue, T. and Usuda, M. : *Proceedings of SAE, SP-944*-, (1993), 165
- 31) Yoshida, T., Hashimoto, K. and Usuda, M. : *18th Biennial Congress of IDDRG*-, (1994), 437
- 32) Yoshida, T., Katayama, T. and Usuda, M. : *Journal of Material Processing Technology*, **50**-, (1995), 226
- 33) 薄鋼板成形技術研究会編 : プレス成形難易ハンドブック, 日刊工業新聞社-, (),
- 34) 後藤 学 : 塑性学, コロナ社-, (),
- 35) 塑性加工学会編 : 非線形有限要素法, コロナ社-, (),

謝辞

本研究を進めるにあたり、終始に渡り格別のご指導をいただきました、東北大学大学院情報科学研究科 伊藤耿一教授に深く感謝致します。

また、本研究をまとめるにあたり、数々の有益なご助言とご指導をいただきました東北大学大学院情報科学研究科 猪岡光教授、東北大学大学院工学研究科 加藤正名教授、東北大学工学部 池田圭介教授に深く感謝致します。

さらに、本研究に関し、有益なご支援をいただきました琉球大学工学部 呉屋守章助教授、末吉敏恭助手に深く感謝致します。

本研究を進めるに当たりご指導ご鞭撻を頂きました新日本製鐵（株）菊間敏夫研究フェローに厚くお礼申し上げます。

また、本研究を進めるにあたり、ご支援とご鞭撻を頂きました新日本製鐵（株）鋼材第一研究部 伊藤叡部長に厚くお礼申し上げます。

また、本研究を進めるにあたり、懇切なご指導とご支援を頂きました新日本製鐵（株）鋼材第一研究部 臼田主幹研究員、栗山主幹研究員にころからお礼申し上げます。

さらに、本研究を進めるにあたり多大なご協力と有益な討論を頂きました橋本浩二主任研究員をはじめ、鉄鋼研究所鋼材第一研究部の多くの関係各位に厚くお礼申し上げます。

また、実験を進めるにあたり多大なご協力を頂きました、佐藤浩一君（現新日本製鐵（株））、利谷暢久君、谷 君をはじめ、伊藤研究室の皆さんに深く感謝致します。

平成9年1月20日

